2021 年北京市西城区高三一模数学试卷

2021.4

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第 I 卷（选择题　共 40 分）

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A=\{x\,|\,x\geq 1\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{2\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{0,1,2\}$　　D．$\{x\,|\,x\geq -1\}$

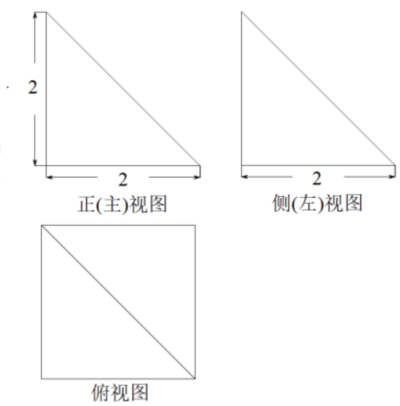
2. 已知复数 z 满足 $\overline{z}-z=2\mathrm{i}$，则 z 的虚部是

A．-1　　B．1　　C．$-\mathrm{i}$　　D．i

3. 在 $(x-\dfrac{1}{x^2})^6$ 的展开式中，常数项为

A．15　　B．-15　　C．30　　D．-30

4. 在四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的表面积为



A．12　　B．$8+\sqrt{2}$

C．16　　D．$8+4\sqrt{2}$

5. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2}{x}-\log_2 x$，则不等式 $f(x)>0$ 的解集是

A．$(0,1)$　　B．$(-\infty,2)$

C．$(2,+\infty)$　　D．$(0,2)$

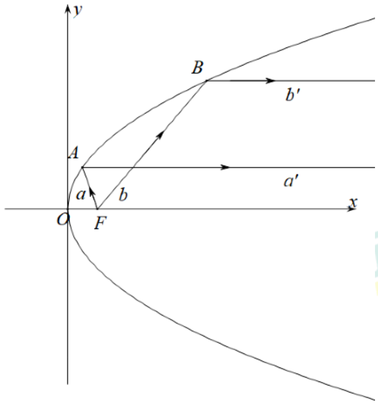
6\. 在$\triangle ABC$，$C=90^\circ$，$AC=4$，$BC=3$，点P是AB的中点，则$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CP}=$

A．$\dfrac{9}{4}$　　B．4　　C．$\dfrac{9}{2}$　　D．6

7\. 在$\triangle ABC$中，$C=60^\circ$，$a+2b=8$，$\sin A=6\sin B$，则$c=$

A．$\sqrt{35}$　　B．$\sqrt{31}$　　C．6　　D．5

8\. 抛物线具有以下光学性质：从焦点出发的光线经抛物线反射后平行于抛物线的对称轴．该性质在实际生产中应用非常广泛．如图，从抛物线$y^2=4x$的焦点F发出的两条光线a,b分别经抛物线上的A,B两点反射，已知两条入射光线与x轴所成锐角均为60°，则两条反射光线a'和b'之间的距离为



A．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{8}{3}$　　C．$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

9\. 在无穷等差数列$\{a_n\}$中，记$T_n=a_1-a_2+a_3-a_4+a_5-\cdots+(-1)^{n+1}a_n\ (n=1,2,\cdots)$，则“存在$m\in\mathbf{N}^*$，使得$T_m<T_{m+2}$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

10\. 若非空实数集X中存在最大元素M和最小元素m，则记$\Delta(X)=M-m$．下列命题中正确的是

A．已知$X=\{-1,1\}$，$Y=\{0,b\}$，且$\Delta(X)=\Delta(Y)$，则$b=2$

B．已知$X=[a,a+2]$，$Y=\{y\,|\,y=x^2,x\in X\}$，则存在实数a，使得$\Delta(Y)<1$

C．已知$X=\{x\,|\,f(x)\geq g(x),x\in[-1,1]\}$，若$\Delta(X)=2$，则对任意$x\in[-1,1]$，都有$f(x)\geq g(x)$

D．已知$X=[a,a+2]$，$Y=[b,b+3]$，则对任意的实数a，总存在实数b，使得$\Delta(X\cup Y)\leq 3$

第 II 卷（非选择题　共 110 分）

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 函数 $f(x)=\ln x+\sqrt{1-x}$ 的定义域是______.

12. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{4}=1$，则 C 的渐近线方程是______；过 C 的左焦点且与 x 轴垂直的直线交其渐近线于 M,N 两点，O 为坐标原点，则 $\triangle OMN$ 的面积是______.

13. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=-5$，则公比 $q=$______；若 $a_n>1$，则 n 的最大值为______.

14. 已知函数 $f(x)=\sin x$，若对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x)+f(x+m)=c$（c 为常数），则常数 m 的一个取值为______.

15. 长江流域水库群的修建和联合调度，极大地降低了洪涝灾害风险，发挥了重要的防洪减灾效益．每年洪水来临之际，为保证防洪需要、降低防洪风险，水利部门需要在原有蓄水量的基础上联合调度，统一蓄水，用蓄满指数（蓄满指数 $=\dfrac{\text{水库实际蓄水量}}{\text{水库总蓄水量}}\times 100$）来衡量每座水库的水位情况．假设某次联合调度要求如下：

（i）调度后每座水库的蓄满指数仍属于区间 $[0,100]$；

（ii）调度后每座水库的蓄满指数都不能降低；

（iii）调度前后，各水库之间的蓄满指数排名不变．

记 x 为调度前某水库的蓄满指数，y 为调度后该水库的蓄满指数，给出下面四个 y 关于 x 的函数解析式：

① $y=-\dfrac{1}{20}x^2+6x$；② $y=10\sqrt{x}$；③ $y=10^{\frac{x}{50}}$；④ $y=100\sin\dfrac{\pi}{200}x$.

则满足此次联合调度要求的函数解析式的序号是______.

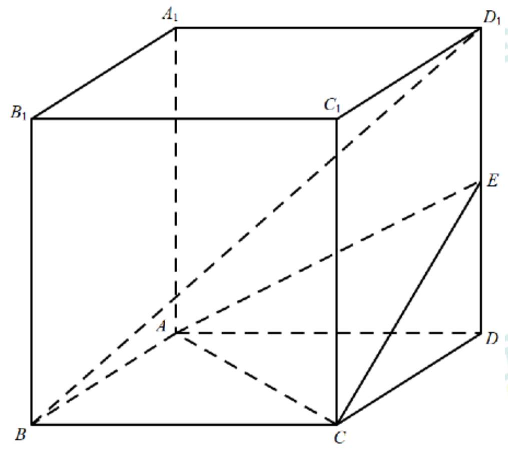
三、解答题：共 6 小题，共 85 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

16. （本小题共 13 分）

如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为DD_1的中点.

（Ⅰ）求证：BD_1 // 平面ACE；

（Ⅱ）求直线AD与平面ACE所成角的正弦值.



17. （本小题共 13 分）

已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$，且 $f(x)$ 图象的相邻两条对称轴之间的距离为$\dfrac{\pi}{2}$，再从条件①、条件②、条件③中选择两个作为一组已知条件.

（Ⅰ）确定 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 图象的对称轴只有一条落在区间$[0,a]$上，求a的取值范围.

条件①：$f(x)$ 的最小值为-2；

条件②：$f(x)$ 图象的一个对称中心为$(\dfrac{5\pi}{12},0)$；

条件③：$f(x)$ 的图象经过点$(\dfrac{5\pi}{6},-1)$.

注：如果选择多组条件分别解答，按第一个解答计分.

18. （本小题共 14 分）

天文学上用**星等**表示星体亮度，星等的数值越小，星体越亮．**视星等**是指观测者用肉眼所看到的星体亮度；**绝对星等**是假定把恒星放在距地球32.6光年的地方测得的恒星的亮度，反映恒星的真实发光本领．

下表列出了（除太阳外）视星等数值最小的10颗最亮恒星的相关数据，其中 $a\in[0,1.3]$．

星名	天狼星	老人星	南门二	大角星	织女一	五车二	参宿七	南河三	水委一	参宿四*
视星等	-1.47	-0.72	-0.27	-0.04	0.03	0.08	0.12	0.38	0.46	a
绝对星等	1.42	-5.53	4.4	-0.38	0.6	0.1	-6.98	2.67	-2.78	-5.85
赤纬	-16.7°	-52.7°	-60.8°	19.2°	38.8°	46°	-8.2°	5.2°	-57.2°	7.4°

（Ⅰ）从表中随机选择一颗恒星，求它的绝对星等的数值小于视星等的数值的概率；

（Ⅱ）已知北京的纬度是北纬 40°，当且仅当一颗恒星的“赤纬”数值大于 -50° 时，能在北京的夜空中看到它．现从这10颗恒星中随机选择 4 颗，记其中能在北京的夜空中看到的数量为 X 颗，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）记 $a=0$ 时10颗恒星的视星等的方差为 s_1^2，记 $a=1.3$ 时 10 颗恒星的视星等的方差为 s_2^2，判断 s_1^2 与 s_2^2 之间的大小关系．（结论不需要证明）

19. （本小题共 15 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x}(\ln x-a)$.

（Ⅰ）若 $a=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

（Ⅱ）若 $a>1$，求证：函数 $f(x)$ 存在极小值;

（Ⅲ）若对任意的实数 $x\in[1,+\infty)$， $f(x)\geq -1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

20. （本小题共 15 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{3}=1(a>0)$的焦点在$x$轴上，且经过点$E(1,\dfrac{3}{2})$，左顶点为$D$，右焦点为$F$.

（Ⅰ）求椭圆C的离心率和$\triangle DEF$的面积；

（Ⅱ）已知直线$y=kx+1$与椭圆C交于A,B两点．过点B作直线$y=t(t>\sqrt{3})$的垂线，垂足为G．判断是否存在常数t，使得直线AG经过y轴上的定点？若存在，求t的值；若不存在，请说明理由．

21. （本小题共 15 分）

已知数列$A: a_1, a_2, \cdots, a_N (N \ge 3)$的各项均为正整数，设集合$T = \{x \mid x = a_j - a_i, 1 \le i < j \le N\}$，记$T$的元素个数为$P(T)$.

（Ⅰ）若数列$A: 1, 2, 4, 3$，求集合T，并写出$P(T)$的值；

（Ⅱ）若A是递增数列，求证：“$P(T) = N - 1$”充要条件是“A为等差数列”；

（Ⅲ）若$N = 2n + 1$，数列A由$1, 2, 3, \cdots, n, 2n$这$n + 1$个数组成，且这$n + 1$个数在数列A中每个至少出现一次，求$P(T)$的取值个数.

2021年北京市西城区高三一模数学答案

2021.4

一、选择题：共10小题，每小题4分，共40分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	A	D	D	C	B	C	B	D

二、填空题：共5小题，每小题5分，共25分。

11. $(0,1]$

12. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$；$6\sqrt{2}$

13. $-\frac{1}{2}$；3

14. π（答案不唯一，$m=\pi+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$ 即可）

15. ②④

三、解答题：共 6 小题，共 85 分。

16.（本小题共 13 分）

（Ⅰ）连接 BD 交 AC 于点 O，连接 OE，

在正方形 $ABCD$ 中，$OB=OD$．

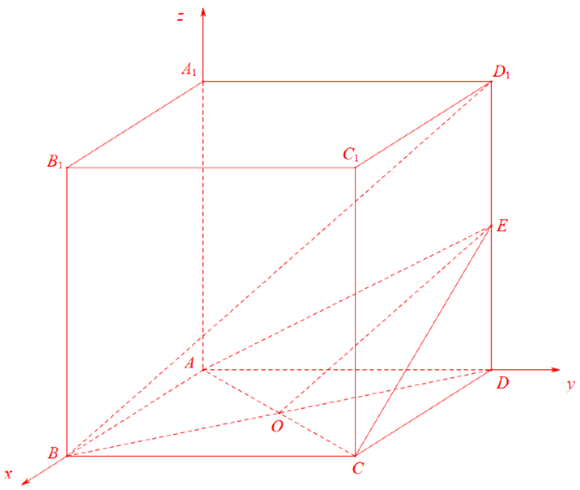
因为 E 为 DD_1 的中点，

所以 $OE\,//\,BD_1$．

因为 $BD_1 \not\subset$ 平面 ACE，$OE \subset$ 平面 ACE，

所以 $BD_1\,//$ 平面 ACE．

（Ⅱ）不妨设正方体的棱长为 2，建立如图所示的空间直角坐标系 $A-xyz$，



则 $A(0,0,0), C(2,2,0), D(0,2,0), E(0,2,1)$，

$\overrightarrow{AD}=(0,2,0), \overrightarrow{AC}=(2,2,0), \overrightarrow{AE}=(0,2,1)$，

设平面 ACE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

所以 $\begin{cases}\overrightarrow{AC}\cdot\boldsymbol{n}=0\\ \overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x+2y=0\\ 2y+z=0\end{cases}$

令 $y=-1$，则 $x=1$，$z=2$，

所以 $\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$

设直线 AD 与平面 ACE 所成角为 θ，

则 $\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{AD},\boldsymbol{n}>|=\dfrac{|\overrightarrow{AD}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{AD}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$，

所以直线 AD 与平面 ACE 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$．

17.（本小题共 13 分）

（Ⅰ）由于函数 $f(x)$ 图象上相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$，

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=2\times\frac{\pi}{2}=\pi$，$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

此时 $f(x)=A\sin(2x+\varphi)$.

选条件①②：

因为 $f(x)$ 的最小值为 $-A$，所以 $A=2$.

因为 $f(x)$ 图象的一个对称中心为 $(\frac{5\pi}{12},0)$，

所以 $2\times\frac{5\pi}{12}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

所以 $\varphi=k\pi-\frac{5\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$，

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，此时 $k=1$.

所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

选条件①③：

因为 $f(x)$ 的最小值为 $-A$，所以 $A=2$.

因为函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(\frac{5\pi}{6},-1)$，

则 $f(\frac{5\pi}{6})=-1$，即 $2\sin(\frac{5\pi}{3}+\varphi)=-1$，$\sin(\frac{5\pi}{3}+\varphi)=-\frac{1}{2}$，

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\frac{7\pi}{6}<\frac{5\pi}{3}+\varphi<\frac{13\pi}{6}$，

所以 $\frac{5\pi}{3}+\varphi=\frac{11\pi}{6}$，$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

选条件②③：

因为 $f(x)$ 图象的一个对称中心为 $(\frac{5\pi}{12},0)$，

所以 $2\times\frac{5\pi}{12}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

所以 $\varphi=k\pi-\frac{5\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$，

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，此时 $k=1$.

所以 $f(x)=A\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

因为函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(\frac{5\pi}{6},-1)$，

则 $f(\frac{5\pi}{6})=-1$，即 $A\sin(\frac{5\pi}{3}+\frac{\pi}{6})=-1$，$A\sin\frac{11\pi}{6}=-1$，

所以 $A=2$.

所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

（II）因为 $x\in[0,a]$，所以 $2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},2a+\frac{\pi}{6}]$，

因为 $f(x)$ 图象的对称轴只有一条落在区间 $[0,a]$ 上，

所以 $\frac{\pi}{2}\le 2a+\frac{\pi}{6}<\frac{3\pi}{2}$，

得 $\frac{\pi}{6}\le a<\frac{3\pi}{3}$.

所以 a 的取值范围为 $[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3})$.

18.（本小题共 14 分）

（Ⅰ）设一颗星的绝对星等的数值小于视星等的数值为事件 A，由图表可知，10颗恒星有5颗恒星绝对星等的数值小于视星等的数值.

所以 $P(A)=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$.

（Ⅱ）由图表知，有7颗恒星的“赤纬”数值大于 -50°，所以随机变量 X 的所有可能取值为 $1,2,3,4$，

$P(X=1)=\dfrac{C_7^1C_3^3}{C_{10}^4}=\dfrac{7}{210}=\dfrac{1}{30}$； $P(X=2)=\dfrac{C_7^2C_3^2}{C_{10}^4}=\dfrac{63}{210}=\dfrac{3}{10}$；

$P(X=3)=\dfrac{C_7^3C_3^1}{C_{10}^4}=\dfrac{105}{210}=\dfrac{1}{2}$； $P(X=4)=\dfrac{C_7^4C_3^0}{C_{10}^4}=\dfrac{35}{210}=\dfrac{1}{6}$；

所以随机变量 X 的分布列为：

X	1	2	3	4
P	$\dfrac{1}{30}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{6}$

所以 $E(X)=1\times\dfrac{1}{30}+2\times\dfrac{3}{10}+3\times\dfrac{1}{2}+4\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{14}{5}$.

（Ⅲ）$s_1^2<s_2^2$.

19.（本小题共 15 分）

（Ⅰ）当$a=1$时，$f(x)=\mathrm{e}^x(\ln x-1)$，

$f(1)=-\mathrm{e}$.

$f'(x)=\mathrm{e}^x(\ln x+\frac{1}{x}-1)$，

$f'(1)=0$.

切线方程为：$y=-\mathrm{e}$.

（Ⅱ）$f'(x)=\mathrm{e}^x(\ln x+\frac{1}{x}-a)$，$x\in(0,+\infty)$，

设$g(x)=\ln x+\frac{1}{x}-a$，

$g'(x)=\frac{x-1}{x^2}$，

令$g'(x)=0$，$x=1$，

$\therefore g(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增.

$g(x)_{\min}=g(1)=1-a<0$，又$g(\mathrm{e}^a)=\mathrm{e}^a>0$，

$\therefore \exists$唯一$x_0\in(1,\mathrm{e}^a)$，使得$g(x_0)=0$，

x	$(1,x_0)$	x_0	$(x_0,+\infty)$
$f'(x)$	－	0	＋
$f(x)$	↘	极小值	↗

$\therefore$当$a>1$时，$f(x)$存在极小值.

（Ⅲ）方法一：由（Ⅱ）知，当$a>1$时，

$f(x)$在$(1,x_0)$上单调递减，

$\therefore f(x)<f(1)=-a\mathrm{e}<-1$，不符题意（舍）.

当 $a\le 1$ 时， $g(x)_{\min}=g(1)\ge 0$， 即 $f'(x)\ge 0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore f(x)_{\min}=f(1)=-a\mathrm{e}\ge -1$，

解得 $a\le \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

综上所述： $a\le \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

方法二： $\mathrm{e}^{x}(\ln x-a)\ge -1$，

$a\le \ln x+\dfrac{1}{\mathrm{e}^{x}}$.

设 $h(x)=\ln x+\dfrac{1}{\mathrm{e}^{x}}$， $x\in[1,+\infty)$，

$h'(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-x}{x\mathrm{e}^{x}}$，

设 $F(x)=\mathrm{e}^{x}-x$，

$F'(x)=\mathrm{e}^{x}-1>0$，

$\therefore F(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore F(x)\ge F(1)=\mathrm{e}-1>0$，

$\therefore h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore h(x)_{\min}=h(1)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，

$\therefore a\le \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

20.（本小题共 15 分）

（Ⅰ）依题意，代入点 E，得到 $\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4}=1$，解得 $a=2$.

$\because c^2=a^2-b^2=4-3=1$，即 $c=1$.

$\therefore D(-2,0)$，$F(1,0)$，

$\therefore$ 离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，$\triangle DEF$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$.

（Ⅱ）由已知，直线 DE 的方程 $y=\frac{1}{2}x+1$.

当 $A(-2,0)$，$B(1,\frac{3}{2})$，$G(1,t)$ 时，

直线 AG 的方程为 $y=\frac{t}{3}(x+2)$，交 y 轴于点 $(0,\frac{2t}{3})$.

当 $A(1,\frac{3}{2})$，$B(-2,0)$，$G(-2,t)$ 时，

直线 AG 的方程为 $y-\frac{3}{2}=\frac{t-\frac{3}{2}}{-3}(x-1)$，交 y 轴于点 $(0,\frac{t+3}{3})$.

若直线 AG 经过 y 轴上定点，则 $\frac{2t}{3}=\frac{t+3}{3}$，

即 $t=3$，直线 AG 交 y 轴于点 $(0,2)$.

下面证明存在实数 $t=3$，使得直线 AG 经过 y 轴上定点 $(0,2)$.

联立 $\begin{cases} y=kx+1 \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 消 y 整理，得 $(4k^2+3)x^2+8kx-8=0$，

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=\frac{-8k}{4k^2+3}$，$x_1\cdot x_2=\frac{-8}{4k^2+3}$.

设点$G(x_2,3)$，所以直线AG的方程：$y-3=\dfrac{y_1-3}{x_1-x_2}(x-x_2)$.

令$x=0$，得$y=\dfrac{-x_2y_1+3x_2}{x_1-x_2}+3=\dfrac{3x_1-x_2y_1}{x_1-x_2}=\dfrac{3x_1-x_2(kx_1+1)}{x_1-x_2}=\dfrac{3x_1-x_2-kx_1x_2}{x_1-x_2}$.

$\because kx_1\cdot x_2=x_1+x_2$，

$\therefore y=\dfrac{3x_1-x_2-kx_1x_2}{x_1-x_2}=\dfrac{3x_1-x_2-x_1-x_2}{x_1-x_2}=\dfrac{2(x_1-x_2)}{x_1-x_2}=2$.

$\therefore$直线AG经过y轴上定点$(0,2)$.

综上，存在实数$t=3$，使得直线AG经过y轴上定点$(0,2)$.

21.（本小题共 15 分）

（Ⅰ）因为$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=4$，$a_4=3$，

所以$T=\{1,2,3,-1\}$，$P(T)=4$.

（Ⅱ）充分性：若A是等差数列，设公差为d.

因为数列A是递增数列，所以$d>0$.

则当$j>i$时，$a_j-a_i=(j-i)d$，

所以$T=\{d,2d,\cdots,(N-1)d\}$，$P(T)=N-1$.

必要性：若$P(T)=N-1$.

因为A是递增数列，所以$a_2-a_1<a_3-a_1<\cdots<a_N-a_1$，

所以$a_2-a_1,a_3-a_1,\cdots,a_N-a_1\in T$，且互不相等.

所以$T=\{a_2-a_1,a_3-a_1,\cdots,a_N-a_1\}$.

又$a_3-a_2<a_4-a_2<\cdots<a_N-a_2<a_N-a_1$，

所以$a_3-a_2,a_4-a_2,\cdots,a_N-a_2,a_N-a_1\in T$，且互不相等.

所以$a_3-a_2=a_2-a_1,a_4-a_2=a_3-a_1,\cdots,a_N-a_2=a_{N-1}-a_1$，

所以$a_2-a_1=a_3-a_2=\cdots=a_N-a_{N-1}$，

所以A为等差数列.

（Ⅲ）因为数列A由$1,2,3,\cdots,n,2n$这$n+1$个数组成，

任意两个不同的数做差，

差值只有可能为$\pm1,\pm2,\pm3,\cdots\pm(n-1)$和$\pm(2n-1),\pm(2n-2),\cdots,\pm n$.

共$2(n-1)+2n=4n-2$个不同的值；

且对任意的$m=1,2,3\cdots,n-1,n,\cdots,2n-1$，$m$和$-m$这两个数中至少有一个在集合$T$中.

又因为$1,2,3,\cdots,n,2n$这$n+1$个数在数列A中共出现$N=2n+1$次，所以数列A中存在

$a_i = a_j (i \neq j)$，所以$0 \in T$．

综上，$P(T) \leq 4n-1$，且$P(T) \geq 2n$．

所以$P(T)$可以取到$2n$到$4n-1$共计$2n$个整数值，即$P(T)$的取值个数为$2n$．