2020年高考全国甲卷数学（文）答案

注意事项：
1. 本试卷分选择题、填空题和解答题三部分。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔填写。
3. 全部答案在对应答题区域内进行作答，未在对应的答题区域内作答的均不得分。
4. 考试结束后，将本答题卡和试卷一并交回。

一、选择题（共40分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	B	D	B	C	B	B	A	C	A

二、填空题（共30分）

13. $\frac{1}{9}$

14. 25

15. 8

16. ①③④

三、解答题（共 80 分）

17.

解：(1) $\because \cos^2(\frac{\pi}{2}+A)+\cos A=\frac{5}{4}$

$\therefore (\sin A)^2+\cos A=\frac{5}{4}$

$\therefore \sin^2 A+\cos A=\frac{5}{4}$

$\therefore 1-\cos^2 A+\cos A=\frac{5}{4}$

$\therefore \cos^2 A-\cos A+\frac{1}{4}=0$

$\therefore (\cos A-\frac{1}{2})^2=0$

$\therefore \cos A=\frac{1}{2}$

$\because A\in(0,\pi)$

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$

(2) $\because b-c=\frac{\sqrt{3}}{3}a$

由正弦定理边角互化原理得 $\sin B-\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin A$

$\because A=\frac{\pi}{3}$

$\therefore \sin B-\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$

由 $A+B+C=\pi$ 得 $\sin C=\sin[\pi-(A+B)]=\sin(A+B)=\sin(\frac{\pi}{3}+B)$

$\therefore \sin B-\sin(\frac{\pi}{3}+B)=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin B-(\sin\frac{\pi}{3}\cos B+\cos\frac{\pi}{3}\sin B)=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin B-(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B)=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2}\sin B-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin(B-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$

$\because B\in(0,\frac{2}{3}\pi)$

$\therefore B-\frac{\pi}{3}\in(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3})$

$\therefore B-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$

$\therefore B=\frac{\pi}{2}$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形

18.

解：(1) 由题意该地区这种野生生物数量的平均数为：$\bar{y}=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}y_i=60$

$\therefore$ 该地区这种野生生物数量的估计值为：$200\bar{y}=12000$

(2)

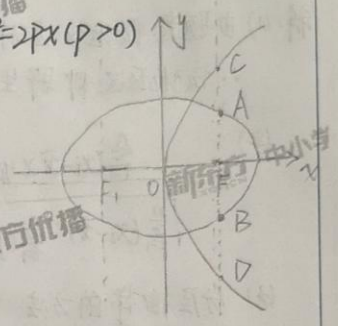
$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{800}{\sqrt{80\times9000}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\approx0.94$$

(3) 分层抽样的方法

由(2)知植物覆盖面积与野生动物数量相关性很强。因为植物覆盖面积差异很大，会导致野生动物活动范围存在大的差异，因此为了提高样本的代表性，要采取分层抽样的抽样方法．

19.

解 (1) 设右焦点 $F(c,0)$ $(c>0)$，抛物线方程为 $y^2=2px\ (p>0)$



$\therefore$ 抛物线的焦点为 $(\frac{p}{2},0)$

$\therefore \frac{p}{2}=c \Rightarrow p=2c$

$\therefore$ 抛物线方程为 $y^2=4cx$

C，D点横坐标为 c，带入上式

$y^2=4c^2 \Rightarrow y=\pm 2c$

$\therefore C(c,2c)\quad D(c,-2c)$

$|CD|=4c$

$\therefore |AB|=\frac{3}{4}|CD|=3c$

$\therefore A(c,\frac{3}{2}c)\quad B(c,-\frac{3}{2}c)$

$\therefore C_1$ 的另一个焦点坐标为 $F_1(-c,0)$

$\therefore AF_1=\sqrt{(\frac{3}{2}c)^2+(2c)^2}=\frac{5}{2}c$

$AF=\frac{3}{2}c$

$\therefore 2a=\frac{5}{2}c+\frac{3}{2}c=4c$

$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$

(2) 由题意得：$(a-c)+(a+c)+2c=12$

$\therefore a+c=6$

$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$

解得 $\begin{cases} a=4 \\ c=2 \end{cases}$

$\therefore b^2=a^2-c^2=12$

$\frac{p}{2}=c=2$ 即 $p=4$

$\therefore C_1$ 的标准方程 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ $\quad C_2$ 的标准方程为 $y^2=8x$

20.

解：(1) $\because M、N$ 为矩形 BB_1C_1C 中 BC、B_1C_1 中点

$\therefore MN \parallel BB_1$

$\because$ 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中 $AA_1 \parallel BB_1$

$\therefore MN \parallel AA_1$

$\because N$ 为 B_1C_1 中点、$\triangle A_1B_1C_1$ 为正三角形

$\therefore A_1N \perp B_1C_1$

$\because B_1C_1 \perp BB_1$

$\therefore B_1C_1 \perp AA_1$

$\because AA_1$、$A_1N \subset$ 面 A_1AMN　$AA_1 \cap A_1N = A_1$

$\therefore B_1C_1 \perp$ 面 A_1AMN

$\because B_1C_1 \subset$ 面 EB_1C_1F

$\therefore$ 平面 $A_1AMN \perp$ 平面 EB_1C_1F

(2) $\because$ 面 $EB_1C_1F \cap$ 面 $A_1B_1C_1 = B_1C_1$　面 $EB_1C_1F \cap$ 面 $ABC = EF$　面 $ABC \parallel$ 面 $A_1B_1C_1$

$\therefore B_1C_1 \parallel EF$　$\therefore$ 四边形 EB_1C_1F 为梯形

$\because B_1C_1 \parallel BC$　$\therefore BC \parallel$ 面 EB_1C_1F

$\therefore B$ 到面 EB_1C_1F 的距离即为 M 到面 EB_1C_1F 的距离

$\because M$ 是 N 在底面的投影

在 NP 上取一点 G 使 $MG \perp PN$

由题意可知 四边形 $OAPN$ 为平行四边形

$\therefore NP = AO = 6$

$$\left.\begin{aligned} A_1O &= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 2\sqrt{3} = PM \\ ON &= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = \sqrt{3} = PA \end{aligned}\right\} \Rightarrow AM = 3\sqrt{3}$$

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$　$\therefore \frac{AP}{AM} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow EF = 2$

$\because B_1C_1 = 6$　$PN = 6$

$S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2} PN \cdot PM \cdot \sin\angle MPN = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9$

$S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2} PN \cdot MG = 3MG$

$\therefore MG = 3$

$\therefore V_{B-EB_1C_1F} = \frac{1}{3} S_{四EB_1C_1F} \cdot MG = \frac{1}{3} \times (2+6) \times 6 \times \frac{1}{2} \times 3 = 24$

21.

解：(1) $2\ln x+1\le 2x+c$

$2\ln x-2x+1\le c$

令 $g(x)=2\ln x-2x+1$

$\therefore g'(x)=\frac{2}{x}-2$ 易知 $g'(1)=0$

故 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 递增 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 递减

$\therefore g(x)max=g(1)=-1$

$\therefore c\ge -1$ $\therefore$ c的取值范围为 $[-1,+\infty)$

(2) $g(x)=\frac{2\ln x-2\ln a}{x-a}$，定义域为 $(0,a)\cup(a,+\infty)$

$g'(x)=\frac{\frac{2}{x}(x-a)-2\ln x+2\ln a}{(x-a)^2}=\frac{2-\frac{2a}{x}-2\ln(\frac{x}{a})}{(x-a)^2}=\frac{2(-\ln\frac{x}{a}-\frac{a}{x}+1)}{(x-a)^2}$

令 $h(x)=-\ln\frac{x}{a}-\frac{a}{x}+1$

$h'(x)=-\frac{a}{x}\cdot\frac{1}{a}+\frac{a}{x^2}=\frac{-x+a}{x^2}$ $h'(a)=0$

故 $h(x)$ 在 $(0,a)$ 递增 $(a,+\infty)$ 递减

$h(x)max=h(a)=0$.

即 $g'(x)<0$

$\therefore g(x)$ 在 $(0,a)$，$(a,+\infty)$ 上单调递减

22（选做）.

解：(1) ∵ C_1：$\begin{cases} x=4\cos^2\theta \\ y=4\sin^2\theta \end{cases}$ $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

∴ C_1的直角坐标方程为：$x+y=4$

∵ $x=4\cos^2\theta$ $0\le\cos^2\theta\le1$

∴ $0\le x\le4$

∴ C_1的直角坐标方程为：$x+y-4=0$ $(0\le x\le4)$

∵ C_2：$\begin{cases} x=t+\frac{1}{t} \\ y=t-\frac{1}{t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2=t^2+\frac{1}{t^2}+2 & ① \\ y^2=t^2+\frac{1}{t^2}-2 & ② \end{cases}$

①-② 得 $x^2-y^2=4$

∵ $x=t+\frac{1}{t}$

当 $t>0$ 时 $x\ge2$

当 $t<0$ 时 $x\le-2$

∴ C_2的直角坐标方程为：$x^2-y^2=4$ ($x\le-2$ 或 $x\ge2$)

综上：C_1的直角坐标方程为：$x+y-4=0$ $(0\le x\le4)$

C_2的直角坐标方程为：$x^2-y^2=4$ ($x\le-2$ 或 $x\ge2$)

(2) C_1与C_2交点P：$\begin{cases} x+y-4=0 \\ x^2-y^2=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$

∴ P点坐标为 $(\frac{5}{2},\frac{3}{2})$

设经过极点与P的圆的圆心坐标为 $(a,0)$

∴ $a^2=(a-\frac{5}{2})^2+(\frac{3}{2})^2$

∴ $a=\frac{17}{10}$

∴ 圆的直角坐标方程为：$(x-\frac{17}{10})^2+y^2=(\frac{17}{10})^2$

∴ $x^2+y^2-\frac{17}{5}x=0$

∵ $\begin{cases} x^2+y^2=\rho^2 \\ x=\rho\cos\theta \end{cases}$

∴ 圆的极坐标方程为：$\rho=\frac{17}{5}\cos\theta$

23（选做）.

解 (1) 当 $a=2$ 时 $f(x)=|x-4|+|x-3|$

① 当 $x\le 3$ 时 $f(x)=4-x+3-x=7-2x$

② 当 $3<x\le 4$ 时 $f(x)=4-x+x-3=1$

③ 当 $x>4$ 时 $f(x)=x-4+x-3=2x-7$

$\therefore f(x)=\begin{cases}7-2x, & x\le 3\\ 1, & 3<x\le 4\\ 2x-7, & x>4\end{cases}$

又 $\because f(x)\ge 4$

即 ① 当 $x\le 3$ 时，$7-2x\ge 4$

$\therefore x\le \frac{3}{2}$

② 当 $3<x\le 4$ 时，$1\ge 4$ (不成立)

③ 当 $x>4$ 时，$2x-7\ge 4$

$\therefore x\ge \frac{11}{2}$

综上：不等式 $f(x)\ge 4$ 的解集为 $(-\infty,\frac{3}{2}]\cup[\frac{11}{2},+\infty)$

(2) $|x-a^2|+|x-2a+1|\ge |x-a^2-(x-2a+1)|=|a^2-2a+1|=(a-1)^2$

$\because f(x)\ge 4$

$\therefore (a-1)^2\ge 4$

$\therefore a\ge 3$ 或 $a\le -1$

$\therefore a$ 的取值范围为 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$