2020年高考全国丙卷数学（文）答案

注意事项：
1. 本试卷分选择题、填空题和解答题三部分。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔填写。
3. 全部答案在对应答题区域内进行作答，未在对应的答题区域内作答的均不得分。
4. 考试结束后，将本答题卡和试卷一并交回。

一、选择题（共60分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	C	C	B	A	B	B	C	A	C	D

二、填空题（共20分）

13. 7

14. $\sqrt{3}$

15. 1

16. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$

三、解答题（共 70 分）

17. 解：(1) $a_1+a_2=a_1+a_1q=a_1(1+q)=4$ ①

$a_3-a_1=a_1(q^2-1)=a_1(1+q)(q-1)=8$ ②

$\frac{①}{②}$ 得：$\frac{1}{q-1}=\frac{1}{2}$

$\therefore q=3$

$\therefore a_1+a_2=a_1+3a_1=4a_1=4$

$\therefore a_1=1$

$\therefore a_n=a_1\cdot q^{n-1}=3^{n-1}$

(2) 令 $b_n=\log_3 a_n=\log_3(3^{n-1})=n-1$，$\{b_n\}$ 是首项为0，公差为1的等差数列

$S_m=\frac{[0+(m-1)]\cdot m}{2}=\frac{(m-1)\cdot m}{2}$

$S_{m+1}=\frac{m\cdot(m+1)}{2}$

$S_{m+3}=\frac{(m+2)(m+3)}{2}$

$\because S_m+S_{m+1}=S_{m+3}$

即：$\frac{(m-1)m}{2}+\frac{m(m+1)}{2}=\frac{(m+2)(m+3)}{2}$

化简得：$(m-6)(m+1)=0$

$\therefore m=6$

18. 解：(1) 记"该市空气质量等级为1, 2, 3, 4"分别为事件A, B, C, D

则 $P(A)=\dfrac{2+16+25}{100}=0.43$

$P(B)=\dfrac{5+10+12}{100}=0.27$

$P(C)=\dfrac{6+7+8}{100}=0.21$

$P(D)=\dfrac{7+2+0}{100}=0.09$

(2) 记"一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值为" $\bar{x}$

$$\bar{x}=\frac{2+5+6+7}{100}\times 100+\frac{16+10+7+2}{100}\times 300+\frac{25+12+8+10}{100}\times 500$$

$$=20+105+225$$

$$=350$$

∴ 一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值为350人次

(3)

	人次≤400	人次>400
空气质量好	33	37
空气质量不好	22	8

$$K^2=\frac{100(33\times 8-22\times 37)^2}{(33+37)(22+8)(33+22)(37+8)}\approx 5.82$$

∵ $P(K^2>3.841)=0.05$

∴ 有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关

19. 解：(1) 证明：当 $AB=BC$ 时，$EF\perp AC$

当 $AB=BC$ 时，四边形 $ABCD$ 为正方形

$\because E, F$ 分别在 DD_1 和 BB_1 上

$\therefore EF\subset$ 平面 BB_1D_1D

$\because$ 在正方形 $ABCD$ 中

BD、AC 为对角线

$\therefore AC\perp BD$

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中

$DD_1\perp$ 面 $ABCD$

$\therefore DD_1\perp AC$

$\because AC\perp DD_1$，$AC\perp BD$，$BD\cap DD_1=D$

$\therefore AC\perp$ 面 BB_1D_1D

$\therefore AC\perp EF$

(2) 证明：点 C_1 在平面 AEF 内

连接 C_1F

由题意可得：

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中

$2DE=ED_1$，$BF=2FB_1$

$\therefore E$、F 分别为 DD_1 和 BB_1 的三等分点

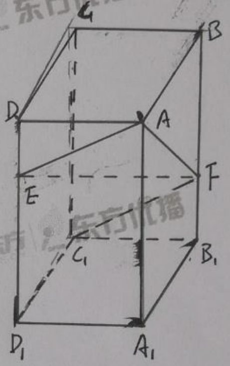
在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle C_1B_1F$ 中

$$\begin{cases} AD \mathrel{\underline{\parallel}} C_1B_1 \\ DE \mathrel{\underline{\parallel}} B_1F \\ \angle ADE=\angle C_1B_1F \end{cases}$$

$\therefore AE \mathrel{\underline{\parallel}} C_1F$

$\therefore A$、E、C_1、F 四点共面

综上所综，点 C_1 在平面 AEF 内



20. 解：(1) $f'(x)=3x^2-k$

当$k\le 0$　$f'(x)$恒大于0

$f(x)$在R上单调递增

当$k>0$时，令$f'(x)=0$，$x=\pm\sqrt{\frac{k}{3}}$

∴$f(x)$在$(-\infty,-\sqrt{\frac{k}{3}})$上 和$(\sqrt{\frac{k}{3}},+\infty)$上单调递增

在$(-\sqrt{\frac{k}{3}},\sqrt{\frac{k}{3}})$上单调递减

(2) 由题意可得，$f(x)$应先增后减再增，不单调

∴$k>0$

∴$\begin{cases} f(-\sqrt{\frac{k}{3}})>0 \\ f(\sqrt{\frac{k}{3}})<0 \end{cases}$

代入得，$\begin{cases} -\sqrt{\frac{k}{3}}\cdot\frac{k}{3}+\sqrt{\frac{k}{3}}\cdot k+k^2>0 \\ \sqrt{\frac{k}{3}}\cdot\frac{k}{3}-\sqrt{\frac{k}{3}}\cdot k+k^2<0 \end{cases}$

得 $-\frac{2}{3\sqrt{3}}<\sqrt{k}<\frac{2}{3\sqrt{3}}$

∴ $0<k<\frac{4}{27}$

21. 解：(1) 由题意可知：$e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{25-m^2}{25}}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，$m^2=\frac{25}{16}$，$m=\frac{5}{4}$

∴ C的方程为：$\frac{x^2}{25}+\frac{16y^2}{25}=1$

(2) 令点P的坐标为(x_1, y_1)

点Q的坐标为$(6, y_0)$，已知B点坐标为$(5,0)$

∵ $|BP|=|BQ|$

∴ $\sqrt{(x_1-5)^2+y_1^2}=\sqrt{(6-5)^2+y_0^2}$ ①

又∵ $BP\perp BQ$

∴ $\frac{y_1}{x_1-5}\cdot\frac{y_0}{6-5}=-1$

∴ $y_0=\frac{5-x_1}{y_1}$ 代入①式得：

$(x_1-5)^2+y_1^2=\frac{(x_1-5)^2+y_1^2}{y_1^2}$

∴ $y_1=\pm1$

代入椭圆方程 $\frac{x^2}{25}+\frac{16y^2}{25}=1$ 可得 $x=\pm3$

(i) 当$x_1=3$，$y_1=1$时，$y_0=2$

$P(3,1)$，$Q(6,2)$

直线AP的方程为$y=\frac{1}{8}(x+5)$，即$8y-x-5=0$

点Q到AP的距离d为：$d=\frac{|2\times8-6-5|}{\sqrt{8^2+1^2}}=\frac{5}{\sqrt{65}}$

AP的长度$|AP|=\sqrt{1+(\frac{1}{8})^2}\cdot[3-(-5)]=\sqrt{65}$

∴ $S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}|AP|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{65}\cdot\frac{5}{\sqrt{65}}=\frac{5}{2}$

同理，当$x_1=3$，$y_1=-1$时，$y_0=-2$，$S_{\triangle APQ}=\frac{5}{2}$

(ii) 当$x_1=-3$，$y_1=1$时，$y_0=8$

$P(-3,1)$ $Q(6,8)$

直线AP的方程为：$2y-x-5=0$

点Q到AP的距离d为：$d=\frac{|2\times8-6-5|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}$

AP的长度$|AP|=\sqrt{1+(\frac{1}{2})^2}\cdot[-3-(-5)]=\sqrt{5}$

∴ $S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}|AP|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5}{2}$

同理，当$x_1=-3$，$y_1=-1$时，$y_0=-8$，$S_{\triangle APQ}=\frac{5}{2}$

综上所述 $S_{\triangle APQ}=\frac{5}{2}$

22. 解：(1) 由题意得：令 $x=0$，即 $2-t-t^2=0$，$t_1=1$(舍)或 $t_2=-2$

当 $t=-2$ 时，$y=12$

令 $y=0$，即 $2-3t+t^2=0$，$t=1$(舍)或 $t=2$

当 $t=2$ 时，$x=-4$

∴ $(0,12)$，$(-4,0)$ 为 C 与坐标轴的交于 A, B 两点坐标

$$|AB|=\sqrt{[0-(-4)]^2+(12-0)^2}=4\sqrt{10}$$

(2) 由(1)可知，设 l_{AB}：$y=kx+b$

将 A, B 点坐标代入

$$\begin{cases}12=b\\-4k+b=0\end{cases} \quad 解得 \begin{cases}b=12\\k=3\end{cases}$$

∴ $y=3x+12$

令 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入

$$\rho\sin\theta=3\rho\cos\theta+12$$

化简为：$\rho(\sin\theta-3\cos\theta)=12$

23. 解：(1) 证明：由 $a^2+b^2\geqslant 2ab$，$b^2+c^2\geqslant 2bc$　$c^2+a^2\geqslant 2ac$

可得 $a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ac$（当且仅当 $a=b=c$ 时取等）

$\therefore (a+b+c)^2\geqslant 3ab+3bc+3ca$，$ab+bc+ca\leqslant \frac{1}{3}(a+b+c)^2$

$\because a+b+c=0$

又 $\because abc=1$，则

a,b,c 不能为 0，且 a,b,c 不能取等值

$\therefore ab+bc+ac<0$

(2) 证明：$\because a+b+c=0$，$abc=1$

$\therefore a,b,c$ 三数中必有正数，则可设 $c>0$

$\because a+b+c=0$，则 $a+b=-c$，

$abc=1$ 则 $ab=\frac{1}{c}$

$\therefore$ 由韦达定理可得，a,b 为 $x^2+cx+\frac{1}{c}=0$ 的两个解

$\Delta=c^2-4\frac{1}{c}\geqslant 0$

$c^3\geqslant 4$

$c\geqslant \sqrt[3]{4}$

$\therefore$ 当 c 为正时，a,b 为负，此时 c 为最大值

即 $\max\{a,b,c\}\geqslant \sqrt[3]{4}$