2020 年高考全国乙卷数学（文）逐题解析

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x|x^2-3x-4<0\}, B=\{-4,1,3,5\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{-4,1\}$　　B. $\{1,5\}$　　C. $\{3,5\}$　　D. $\{1,3\}$

【答案】D.

【解析】$\because A=\{x^2-3x-4<0\}=\{x|(x-4)(x+1)<0\}=\{x|-1<x<4\}, B=\{-4,1,3,5\}$，

$\therefore A\cap B=\{1,3\}$，故选 D.

2．若 $z=1+2i+i^3$，则 $|z|=$（　　）

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

【答案】C.

【解析】$\because z=1+2i+i^3=1+2i-i=1+i$，

$\therefore |z|=\sqrt{2}$，故选 C.

3．埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

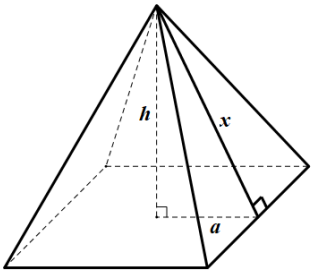
B. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

【答案】C.

【解析】设底面边长为$2a$，正四棱锥的高为h，侧高为x.



$\therefore h^2=x^2-a^2=\frac{2ax}{2},\therefore x^2-ax-a^2=0,\therefore x=\frac{a\pm\sqrt{5}a}{2}$

$\because x>0,\therefore x=\frac{a+\sqrt{5}a}{2},\therefore \frac{x}{2a}=\frac{\frac{a+\sqrt{5}a}{2}}{2a}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$，

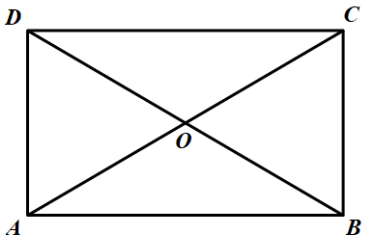
故选C.

4．设O为正方形$ABCD$的中心，在O,A,B,C,D中任取3点，则取到的3点共线的概率为（　　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{4}{5}$

【答案】A.

【解析】由图可知三点共线的情况有两种，而O,A,B,C,D中任取3点的情况有10种，分别为：



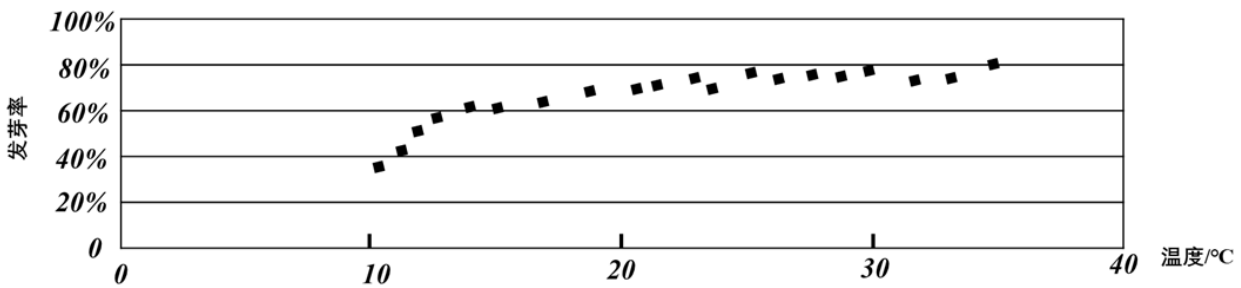
$O,A,B;O,A,C;O,A,D;O,B,C;O,B,D;$

$O,C,D;A,B,C;A,B,D;A,C,D;B,C,D;$

$\therefore$概率为$P=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

故选A.

5．某校一个课外学习小组为研究某作物种子发芽率y和温度x（单位：℃）的关系，在20个不同温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,20)$得到下面的散点图：



由此散点图，在10℃至40℃之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率y和温度x的回归方程类型的是（　　）

A. $y=a+bx$　　B. $y=a+bx^2$　　C. $y=a+be^x$　　D. $y=a+b\ln x$

【答案】D.

【解析】观察散点图可得，图像拟合结果应符合对数函数图像的特征，故选D.

6．已知圆$x^2+y^2-6x=0$，过点$(1,2)$的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为（　　）

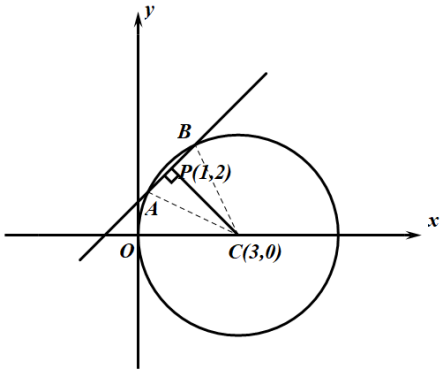
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】B.

【解析】由$x^2+y^2-6x=0$可得圆的方程为$(x-3)^2+y^2=9$，

$\therefore$圆心 C 坐标为$(3,0)$，半径$r=3$.

如图，当过点 P$(1,2)$的直线 AB 与 PC 连线垂直时，弦 AB 最短；

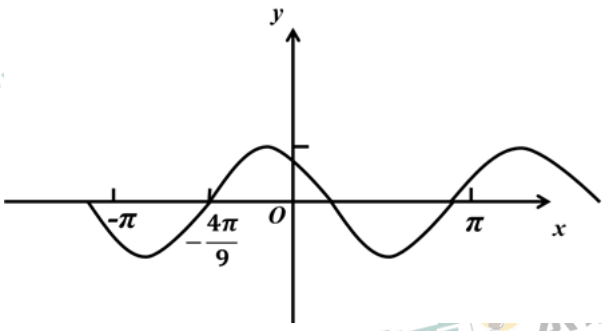


又$CP=\sqrt{(3-1)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}$，$CB=r=3$，

$\therefore$弦长$AB_{\min}=2\sqrt{CB^2-CP^2}=2\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=2$，

故选B.

7．设函数$f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{6})$在$[-\pi,\pi]$的图像大致如下图，则$f(x)$的最小正周期为（　　）



A. $\frac{10\pi}{9}$

B. $\frac{7\pi}{6}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{3\pi}{2}$

【答案】C.

【解析】观察图像可知，$f(-\frac{4\pi}{9})=\cos(-\frac{4\pi}{9}\omega+\frac{\pi}{6})=0$.

则有 $-\frac{4\pi}{9}\cdot\omega+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$.

由题意可知，$k=-1$, 即 $-\frac{4\pi}{9}\cdot\omega+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$ 解得：$\omega=\frac{3}{2}$.

$\therefore T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\frac{4\pi}{3}$.

故选 C.

8．设 $a\log_3 4=2$, 则 $4^{-a}=$（　　）

A. $\frac{1}{16}$　　B. $\frac{1}{9}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{6}$

【答案】B.

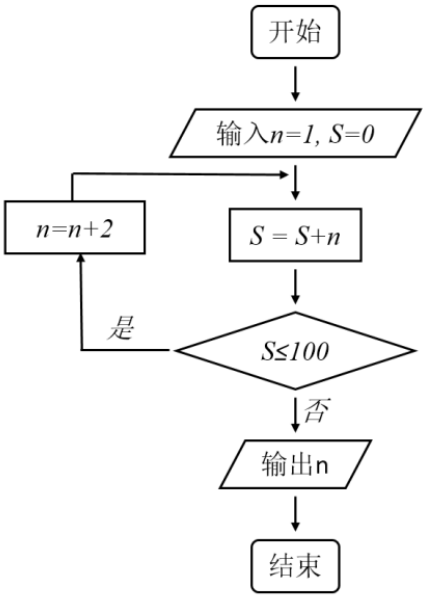
【解析】$\because a\log_3 4=\log_3 4^a=2$,

$\therefore 4^a=3^2=9$.

$\therefore 4^{-a}=\frac{1}{4^a}=\frac{1}{9}$.

故选 B.

9．执行右面的程序框图，则输出的 n 等于（　　）



A. 17　　B. 19　　C. 21　　D. 23

【答案】C.

【解析】当 $n=1$　$S=S+n=1$　$1\le 100$

当 $n=3$　$S=1+3=4$　$4\le 100$

当 $n=5$　$S=4+5=9$　$9\le 100$

…

$S=1+3+5+7+\ldots+n=\frac{1+n}{2}\times(\frac{1+n}{2})=\frac{(n+1)^2}{4}\le 100$

解得　$n\le 19$

当 $n=19$　$S=1+3+5+\ldots+19=100$　$100\le 100$

当 $n=21$　$S=100+21=121$　$121\le 100$ 不成立

故 $n=21$

故选 C.

10．设 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_1+a_2+a_3=1, a_2+a_3+a_4=2$，则 $a_6+a_7+a_8=$（　　）

A. 12　　B. 24　　C. 30　　D. 32

【答案】D.

【解析】解：

$$\because \begin{cases} a_1+a_2+a_3=1① \\ a_2+a_3+a_4=2② \end{cases}$$

$$\therefore \frac{①}{②}=\frac{a_1+a_1q+a_1q^2}{a_1q+a_1q^2+a_1q^3}=\frac{1+q+q^2}{q+q^2+q^3}=\frac{1+q+q^2}{q(1+q+q^2)}=\frac{1}{2}$$

$\therefore q=2$

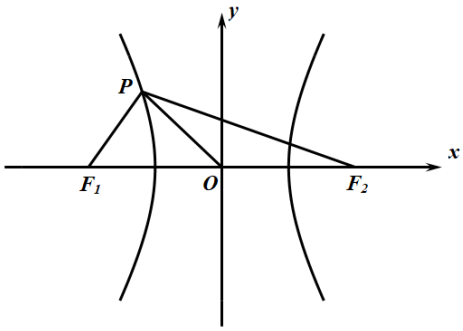
$\therefore a_6+a_7+a_8=(a_2+a_3+a_4)\bullet q^4=2\times 2^4=32$

故选 D.

11．设 F_1,F_2 是双曲线 $C: x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的两个焦点，O 为坐标原点，点 P 在 C 上且 $|OP|=2$，则 ΔPF_1F_2 的面积为（　　）

A. $\frac{7}{2}$　　B. 3

C. $\frac{5}{2}$　　D. 2



【答案】B.

【解析】由 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 可知，$a=1, b=\sqrt{3}$，

$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=2$，

$\therefore |F_1F_2|=2c=4$，

$\because PO$ 为 ΔPF_1F_2 中线，且 $|PO|=\frac{1}{2}|F_1F_2|$，

$\therefore \Delta PF_1F_2$ 为直角三角形，

设 $|PF_1|=x$, 则 $|PF_2|=x+2$,

$\therefore x^2+(x+2)^2=4^2=16$，

解得 $x=\sqrt{7}-1$，

$\therefore |PF_1|=\sqrt{7}-1, |PF_2|=\sqrt{7}+1$,

$\therefore S_{\Delta PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|=\frac{1}{2}(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)=3$

故选 B.

12．已知 A，B，C 为球 O 的球面三个点，$\odot O_1$ 为 ΔABC 的外接圆.若 $\odot O_1$ 的面积为 4π，$AB=BC=AC=OO_1$，则球 O 的表面积为（　　）

A. 64π　　B. 48π　　C. 36π　　D. 32π

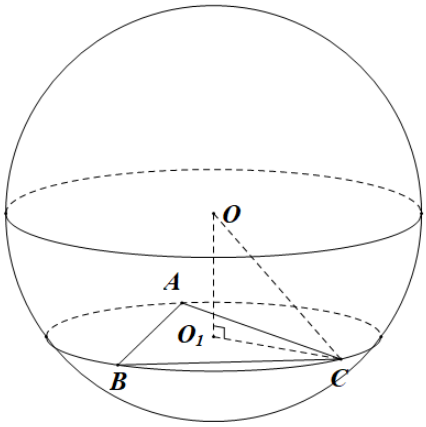
【答案】A

【解析】解：$\because AB=BC=AC$　$\therefore \Delta ABC$ 为等边三角形

又 $\because O_1$ 圆的面积为 4π，$\delta=\pi r^2=4\pi$

$\therefore r=2=O_1C$，令 $AB=a$

$\frac{\sqrt{3}}{3}a=2$，$a=2\sqrt{3}$



在 $Rt\Delta OCO_1$ 中，$OO_1=AB=2\sqrt{3}$

$OO_1^2+O_1C^2=OC^2$

$OC^2=12+4=16$，$OC=4$

$\therefore$ 球 O 半径 $R=4$，$S_t=4\pi R^2=64\pi$

故选 A.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\le 0,\\ x-y-1\ge 0,\\ y+1\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=x+7y$ 的最大值为_____.

【答案】1

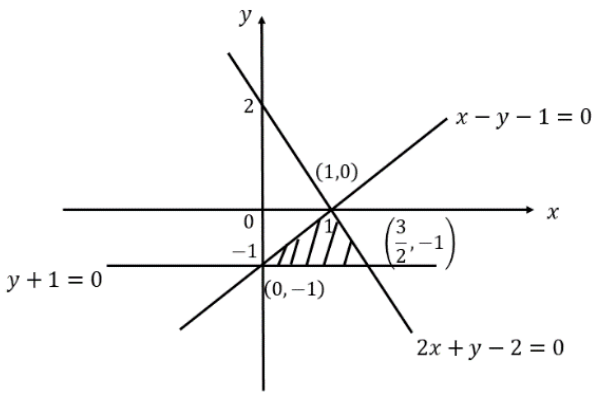
【解析】由 $z=x+7y$，$\therefore l: y=-\frac{1}{7}x+\frac{1}{7}z,$

$\therefore z_{\max}$ 为直线 l 截距最大值，

如右图所示，当 l 图像过 $(1,0)$ 时，

截距最大，

$\therefore (1,0)$ 代入 $z=x+7y$，$z_{\max}=1$



14．设向量 $\vec{a}=(1,-1),\vec{b}=(m+1,2m-4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $m=$_____.

【答案】5

【解析】由题可知：$\because \vec{a}=(1,-1),\vec{b}=(m+1,2m-4)$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，

$\therefore x_a x_b+y_a y_b=0,$

$\therefore (m+1)-(2m-4)=0$

$\therefore m=5$

15．曲线 $y=\ln x+x+1$ 的一条切线的斜率为 2，则该切线的方程为_____.

【答案】$y=2x$

【解析】 $y=\ln x+x+1$

$\therefore y'=\frac{1}{x}+1$

$\because$ 曲线的一条切线斜率为 2，

$\therefore \frac{1}{x}+1=2$

$\therefore x=1$

$\therefore$ 切点为 $(1,2)$

则切线方程为 $y-2=2(x-1)$，即 $y=2x$

16．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2}+(-1)^n a_n=3n-1$，前 16 项和为 540，则 $a_1=$_____.

【答案】$a_1=7$

【解析】由题可知，当 n 为偶数时；

$a_4+a_2=3\times2-1=5$

$a_8+a_6=3\times6-1=17$

$a_{12}+a_{10}=3\times10-1=29$

$a_{16}+a_{14}=3\times14-1=41$

$\therefore$ 前 16 项中偶数项和为 $5+17+29+41=92$

当 n 为奇数时；

$a_3-a_1=3\times1-1=2$

$a_5-a_3=3\times3-1=8$

$a_7-a_5=3\times5-1=14$；…

$a_n-a_{n-2}=3\times(n-2)-1=3n-7$

累加可得 $a_n-a_1=\frac{n-1}{2}\times\frac{(3n-7+2)}{2}=\frac{(3n-5)(n-1)}{4}$

$\therefore a_3=2+a_1$，　$a_5=10+a_1$

$a_7=24+a_1$，　$a_9=44+a_1$

$a_{11}=70+a_1$，　$a_{13}=102+a_1$

$a_{15}=140+a_1$；

$\therefore S_{16}=2+10+24+44+70+102+140+8a_1+92=540$

解得 $a_1=7$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．某厂接受了一项加工业务，加工出来的产品（单位：件）按标准分为 A,B,C,D 四个等级.加工业务约定：对于 A 级品、B 级品、C 级品，厂家每件分别收取加工费 90 元，50 元，20 元；对于 D 级品，厂家每件要赔偿原料损失费 50 元.该厂有甲、乙两个分厂可承接加工业务.甲分厂加工成本费为 25 元/件，乙分厂加工成本费为 20 元/件.厂家为决定由哪个分厂承接加工业务，在两个分厂各试加工了 100 件这种产品，并统计了这些产品的等级，整理如下：

甲分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	40	20	20	20

乙分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	28	17	34	21

（1）分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率；

（2）分别求甲、乙两分厂加工出来的 100 件产品的平均利润，以平均利润为依据，厂家应选哪个分厂承接加工业务？

【答案】（1）甲分厂 $\frac{40}{100}=0.4$；乙分厂 $\frac{28}{100}=0.28$

（2）甲分厂加工 100 件产品的平均利润为：15 元；

乙分厂加工 100 件产品的平均利润为：10 元；

所以最终应选择甲厂。

【解析】（1）由试验结果知，

甲分厂加工出来一件产品为 A 级品的概率为 $\frac{40}{100}=0.4$，

乙分厂加工出来一件产品为 A 级品的概率为 $\frac{28}{100}=0.28$.

（2）甲分厂加工 100 件产品的平均利润为：

$$\frac{40\times(90-25)+20\times(50-25)+20\times(20-25)+20\times(-50-25)}{100}$$

$$=\frac{40\times65+20\times25-20\times5-20\times75}{100}$$

$=15$（元）

乙分厂加工 100 件产品的平均利润为：

$$\frac{28\times(90-20)+17\times(50-20)+34\times(20-20)+21\times(-50-20)}{100}$$

$$=\frac{28\times70+17\times30+34\times0-21\times70}{100}$$

$=10$（元）

所以最终应选择甲厂。

18．ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.已知 $B=150°$.

（1）若 $a=\sqrt{3}c$，$b=2\sqrt{7}$，求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $\sin A+\sqrt{3}\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求 C.

【答案】（1）$\sqrt{3}$；（2）$\frac{\pi}{12}$.

【解析】解：

（1）$\because B=150°$

$\therefore \cos B=-\frac{\sqrt{3}}{2},\sin B=\frac{1}{2},$

根据余弦定理：$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\because a=\sqrt{3}c,\ b=2\sqrt{7}$

$\therefore \frac{3c^2+c^2-28}{2\cdot\sqrt{3}c\cdot c}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{4c^2-28}{2\sqrt{3}c^2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

解得：$c^2=4$

$\therefore c=2$ 或 $c=-2$（舍）

$\because a=\sqrt{3}c=2\sqrt{3}.$

$$S=\frac{1}{2}a\cdot c\cdot\sin B=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{2}=\sqrt{3}.$$

（2）$\because \sin A+\sqrt{3}\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$

又$\because \triangle ABC$ 中，$A+B+C=\pi.$

$\therefore \sin A=\sin(B+C)$

$$\therefore \sin(B+C)+\sqrt{3}\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}\cos C-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin C+\sqrt{3}\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

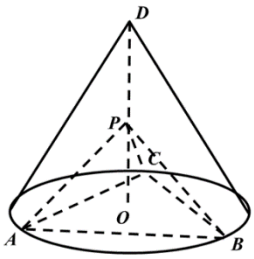
$$\frac{1}{2}\cos C+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(C+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore C+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}$ 或 $C+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}$（舍）

$$\therefore C=\frac{\pi}{12}.$$

19．如图，D 为圆锥的顶点，O 是圆锥底面的圆心，$\triangle ABC$ 是底面的内接正三角形，P 为 DO 上一点，$\angle APC=90^\circ$.



（1）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAC；

（2）设 $DO=\sqrt{2}$，圆锥的侧面积为 $\sqrt{3}\pi$，求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

【答案】（1）略；（2）$\frac{\sqrt{6}}{8}$

【解析】解：

（1）由题意可知，三棱锥 $P-ABC$ 是正三棱锥，O 为正三角形 ABC 的中心

$\therefore \angle APC=\angle APB=\angle BPC=90^\circ$

连接 BO 如图 1 所示，由 O 为正三角形 ABC 的中心

可知 $AC\perp BO$

同时 $DO\perp$ 面 ABC

$\therefore PO\perp AC$

由 $\begin{cases}AC\perp BO\\AC\perp PO\end{cases}$

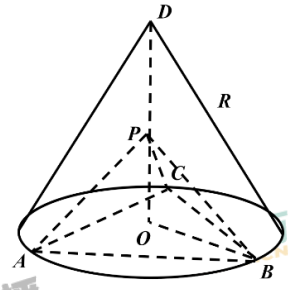


图 1

可得 $AC\perp$ 平面 PBO，

$\therefore AC\perp PB$

又 $\angle APB=90^\circ \therefore \begin{cases}AC\perp PB\\AP\perp PB\end{cases}$

$\therefore PB\perp$ 平面 PAC

则平面 $PAB\perp$ 平面 PAC

（2）设圆锥母线长为 R，底面圆锥半径为 r

则由题意 $\begin{cases}DO^2+r^2=R^2\\S_{侧面积}=2\pi r\bullet\frac{1}{2}R=\pi Rr=\sqrt{3}\pi\end{cases}$

求得 $\begin{cases}R=\sqrt{3}\\r=1\end{cases}$

$V_{P\text{-}ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}PA\bullet PC\bullet PB=\frac{1}{6}PA^3$

由题意可知 $BO=r=1$

$\therefore AC=\sqrt{3}$

$PA=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore V_{P\text{-}ABC}=\frac{1}{6}\times\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3=\frac{1}{6}\times\frac{6\sqrt{6}}{8}=\frac{\sqrt{6}}{8}$

20．已知函数 $f(x)=e^x-a(x+2)$.

（1）当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

【答案】（1）当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.

（2）$(\frac{1}{e},+\infty)$

【解析】（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x-x-2$，

$f'(x)=e^x-1$.

令 $f'(x)=0$，则 $x=0$.

∴当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.

（2）$f'(x)=e^x-a$.

若 $a\le 0$，则 $f'(x)>0$，函数单调递增，不满足条件.

若 $a>0$，由 $f'(x)=e^x-a>0$，解得 $x>\ln a$；

由 $f'(x)=e^x-a<0$，解得 $x<\ln a$.

∴当 $x=\ln a$ 时，$f(x)$ 取极小值，

$f(\ln a)=a-a(\ln a+2)=-a-a\ln a$.

（i）若 $0<a\le\frac{1}{e}$，则 $f(\ln a)\ge 0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 至多存在 1 个零点，不合题意.

（ii）若 $a>\frac{1}{e}$，则 $f(\ln a)<0$.

由于 $f(-2)=e^{-2}>0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 存在唯一零点.

由（1）知，当 $x>2$ 时，$e^x-x-2>0$，所以当 $x>4$ 且 $x>2\ln(2a)$ 时，

$$f(x)=e^{\frac{x}{2}}\cdot e^{\frac{x}{2}}-a(x+2)$$

$$>e^{\ln(2a)}\cdot(\frac{x}{2}+2)-a(x+2)$$

$$=2a$$

$$>0$$

故 $f(x)$ 在 $(\ln a,+\infty)$ 存在唯一零点，从而 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有两个零点.

综上，a 的取值范围是 $(\frac{1}{e},+\infty)$.

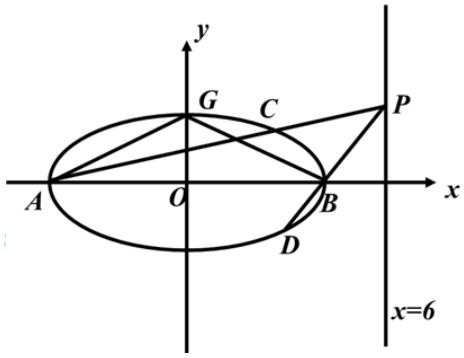
21. 已知 A,B 分别为椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$（a>1）的左、右顶点，G 为 E 的上顶点，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$. P 为直线 $x=6$ 上的动点，PA 与 E 的另一交点为 C，PB 与 E 的另一交点为 D.

（1）求 E 的方程；

（2）证明：直线 CD 过定点.

【答案】（1）$\frac{x^2}{9}+y^2=1$；

（2）直线 CD 过定点 $(\frac{3}{2},0)$.



【解析】（1）$\because \overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$

$\therefore |\overrightarrow{AG}||\overrightarrow{GB}|\cdot\cos\angle AGB=-8$

$\therefore (a^2+1)(2\cos^2\angle AGO-1)=-8$

$\therefore (a^2+1)(2\cdot\frac{1}{a^2+1}-1)=-8$

化简得 $2-(a^2+1)=-8$

由上式得 $a^2=9$

即 E 的方程为 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$.

（2）设 $C(x_1,\ y_1)$，$D(x_2,\ y_2)$，$P(6,\ y_0)$，$A(-3,\ 0)$，$B(3,\ 0)$

则 $l_{PA}: y=\frac{y_0}{9}(x+3)$

联立方程 $\begin{cases} y=\frac{y_0}{9}(x+3) \\ \frac{x^2}{9}+y^2=1 \end{cases} \Rightarrow C(\frac{27-3{y_0}^2}{9+{y_0}^2},\frac{6y_0}{9+{y_0}^2})$

$l_{PB}: y=\frac{y_0}{3}(x-3)$

联立方程 $\begin{cases} y=\frac{y_0}{3}(x-3) \\ \frac{x^2}{9}+y^2=1 \end{cases} \Rightarrow D(\frac{3{y_0}^2-3}{{y_0}^2+1},\frac{-2y_0}{{y_0}^2+1})$

根据椭圆对称性知，CD 的定点在 x 轴上，设定点为 Q，则 $Q(m,0)$

当 CD 斜率存在时

则 $k_{QC}=k_{QD} \Rightarrow \frac{\frac{6y_0}{9+{y_0}^2}}{\frac{27-3{y_0}^2}{9+{y_0}^2}-m}=\frac{\frac{-2y_0}{{y_0}^2+1}}{\frac{3{y_0}^2-3}{{y_0}^2+1}-m}$

$\Rightarrow 4my_0^2-6y_0^2+12m-18=0$

即 $2y_0^2(2m-3)+6(2m-3)=0$

整理上式得：$(2m-3)(2y_0^2+6)=0$，又 $2y_0^2+6>0$

得 $(2m-3)=0 \Rightarrow m=\frac{3}{2}$

即 CD 过定点 $Q(\frac{3}{2},0)$

当 CD 斜率不存在时

由 C、D 坐标易知其 y 坐标互为相反数

即 $-\frac{6y_0}{9+{y_0}^2}=\frac{-2y_0}{{y_0}^2+1} \Rightarrow {y_0}^2=3$

将 ${y_0}^2=3$ 代入 C、D 的 x 坐标知

$C(\frac{27-3y_0^2}{9+y_0^2},\frac{6y_0}{9+y_0^2})=C(\frac{3}{2},\frac{6y_0}{9+y_0^2})$

$D(\frac{3y_0^2-3}{y_0^2+1},\frac{-2y_0}{y_0^2+1})=D(\frac{3}{2},\frac{-2y_0}{y_0^2+1})$

即 CD 过 $Q(\frac{3}{2},0)$，综上所述，直线 CD 过定点 $(\frac{3}{2},0)$

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos^k t,\\ y=\sin^k t\end{cases}$ (t 为参数).以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $4\rho\cos\theta-16\rho\sin\theta+3=0$.

（1）当 $k=1$ 时，C_1 是什么曲线？

（2）当 $k=4$ 时，求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标.

【答案】（1）C_1 是以（0，0）为圆心，1 为半径的圆；（2）交点坐标 $(\frac{1}{4},\frac{1}{4})$

【解析】（1）当 $k=1$ 时，C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos t ①\\ y=\sin t ②\end{cases}$ (t 为参数)

$\therefore C_1$ 普通方程为 $x^2+y^2=1$

$\therefore C_1$ 是以（0，0）为圆心，1 为半径的圆。

（2）当 $k=4$ 时，$C_1\begin{cases}x=\cos^4 t\\ y=\sin^4 t\end{cases}$（$t$ 为参数）

$\therefore C_1\begin{cases}\sqrt{x}=\cos^2 t\\ \sqrt{y}=\sin^2 t\end{cases}$

$\therefore C_1$ 普通方程为 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1(0\le x\le 1,0\le y\le 1)$

$C_2: 4x-16y+3=0$

C_1 与 C_2 联立 $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\\4x-16y+3=0\end{cases}\Rightarrow 4x-16(1-\sqrt{x})^2+3=0$

令 $m=\sqrt{x}(0\le m\le 1)$ $\quad -12x+32\sqrt{x}-13=0$ 即

$m^2-\frac{8}{3}m+\frac{13}{12}=0\Rightarrow(m-\frac{1}{2})(m-\frac{13}{6})=0$

$\therefore m=\frac{1}{2}$ 或 $m=\frac{13}{6}$（舍）

即 $\begin{cases}x=\frac{1}{4}\\y=\frac{1}{4}\end{cases}$

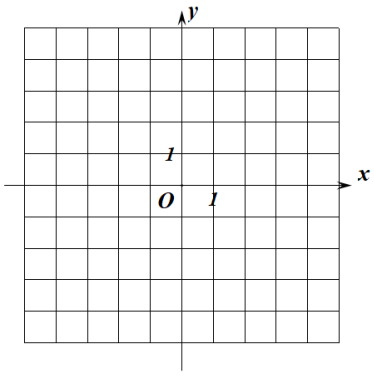
$\therefore$ 交点坐标 $(\frac{1}{4},\frac{1}{4})$

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|3x+1|-2|x-1|$.

（1）画出 $y=f(x)$ 的图像；

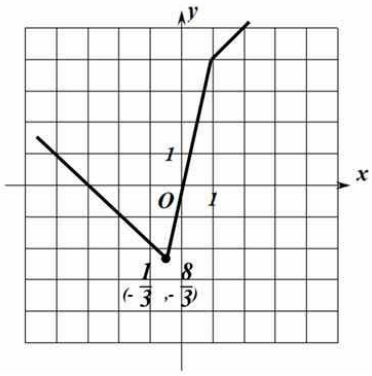
（2）求不等式 $f(x)>f(x+1)$ 的解集.



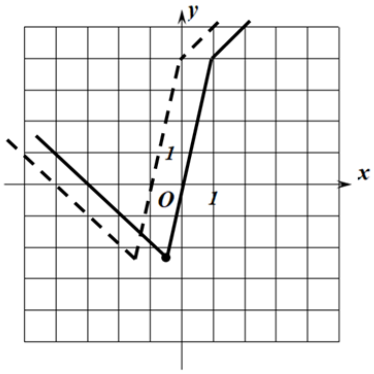
【答案】（1）略；（2）$(-\infty,-\frac{7}{6})$.

【解析】（1）

$$f(x)=|3x+1|-2|x-1|=\begin{cases}-x-3,x\le-\frac{1}{3}\\5x-1,-\frac{1}{3}<x<1\\x+3,x\ge1\end{cases}$$



（2）右图实线为 $f(x)$，虚线为 $f(x+1)$



本题求出虚线在实线下的部分即可，

由 $-x-3=5(x+1)-1$ 求交点横坐标为

$x=-\frac{7}{6}$ ，

则取值范围为 $x<-\frac{7}{6}$

不等式 $f(x)>f(x+1)$ 的解集为 $(-\infty,-\frac{7}{6})$