北京市东城区 2017-2018 学年度第二学期高三综合练习（二）

数学（理科） 2018.5

本试卷共4页,共150分.考试时长120分钟.考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效.考试结束后,将试卷和答题卡一并交回.

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题：本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1.若集合 $A=\{x|-1<x<2\}$， $B=\{x|x<-2或x>1\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x|x<-2或x>1\}$

B. $\{x|x<-2或x>-1\}$

C. $\{x|-2<x<2\}$

D. $\{x|1<x<2\}$

【答案】 B

【解析】集合 $A=\{x|-1<x<2\}$， $B=\{x|x<-2或x>1\}$

所以 $A\cup B=\{x|x<-2或x>-1\}$.故选 B.

2.复数 $(1+i)(2-i)=$

A. $3+i$ B. $1+i$ C. $3-i$ D. $1-i$

【答案】 A

【解析】 $(1+i)(2-i)=(2-i)+i(2-i)=2-i+2i-i^2=3+i$.故选 A.

3.在 $(x+\frac{a}{x})^5$ 的展开式中， x^3 的系数为 10，则实数 a 等于

A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

【答案】D

【解析】因为x^3的系数为$aC_5^1=10$，所以$a=2$.故选D.

4.已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线的倾斜角为$60^\circ$，且与椭圆$\frac{x^2}{5}+y^2=1$有相等的焦距，则$C$的方程为

A.$\frac{x^2}{3}-y^2=1$　　B.$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$　　C.$x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　D.$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$

【答案】C

【解析】因为$c^2=4$，$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，$c^2=a^2+b^2$

解得$a^2=1$，$b^2=3$，所以C的方程为$x^2-\frac{y^2}{3}=1$.故选C.

5.设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$是非零向量，则“$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$”的

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】充分性：$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$，$(|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|)^2=(|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|)^2$，

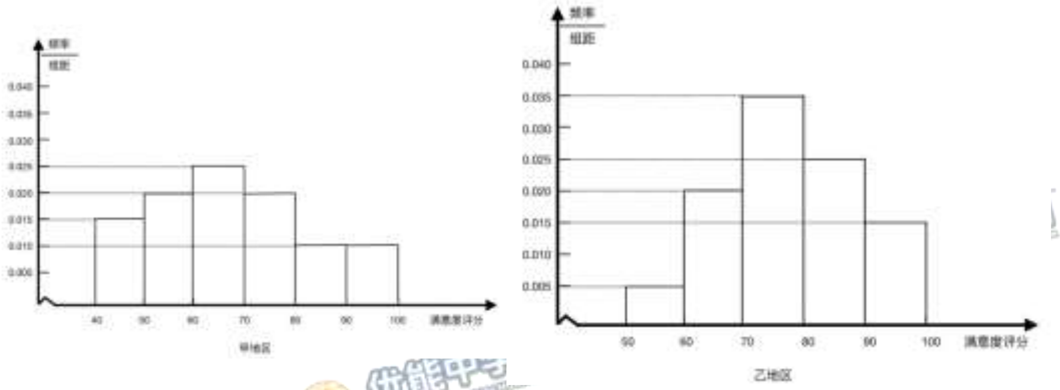
$\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2-2|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|$，$2|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=-2|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|$，

$\cos<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=-1$，$<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=\pi$，$\therefore \boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，充分性成立.

必要性：当$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$同向时，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|\neq|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$，必要性不成立.

故选A.

6.某公司为了解用户对其产品的满意度，从甲、乙两地区分别随机调查了100个用户，根据用户对产品的满意度评分，分别得到甲地区和乙地区用户满意度评分的频率分布直方图.



若甲地区和乙地区用户满意度评分的中位数分别为m_1，m_2；标准差分别为s_1，s_2，则下面正确的是

A. $m_1 > m_2$，$s_1 > s_2$　　　　B. $m_1 > m_2$，$s_1 < s_2$

C. $m_1 < m_2$，$s_1 < s_2$　　　　D. $m_1 < m_2$，$s_1 > s_2$

【答案】D

【解析】根据图象可知m_1介于60与70之间，m_2介于70和80之间，故$m_1 < m_2$。乙地区满意度评分更集中，故$s_2 < s_1$，故选D.

7.已知函数 $f(x)=\log_2 x$， $g(x)=2x+a$， 若存在 $x_1, x_2\in[\frac{1}{2},2]$， 使得 $f(x_1)=g(x_2)$， 则 a 的取值范围是

A. $[-5,0]$

B. $(-\infty,-5]\cup[0,+\infty)$

C. $(-5,0)$

D. $(-\infty,-5)\cup(0,+\infty)$

【答案】 A

【解析】由 $f(x)=\log_2 x$， $x_1\in[\frac{1}{2},2]$， $f(x)\in[-1,1]$

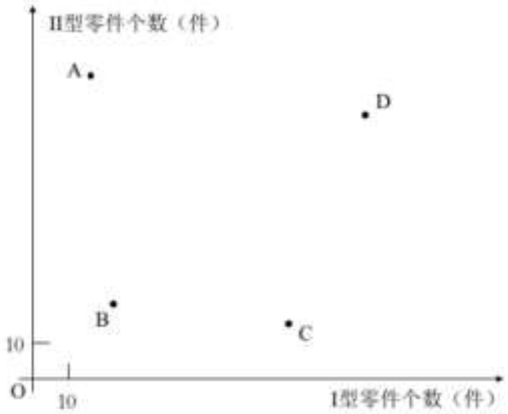
若存在 $x_2\in[\frac{1}{2},2]$， $g(x_2)=f(x_1)$

$g(x)=2x+a$， $g(x)_{max}=g(2)=4+a\ge-1$， 得 $a\ge-5$

$g(x)_{min}=g(\frac{1}{2})=1+a\le1$， $a\le0$.

综上， $-5\le a\le0$， 故选 A.

8. A,B,C,D 四名工人一天中生产零件的情况如图所示，每个点的横、纵坐标分别表示该工人一天中生产的 I 型、II 型零件数，则下列说法错误的是



A. 四个工人中，D 的日生产零件总数最大

B. A,B 日生产零件总数之和小于 C,D 日生产零件总数之和

C. A,B 日生产 I 型零件总数之和小于 II 型零件总数之和

D. A,B,C,D 日生产 I 型零件总数之和小于 II 型零件总数之和

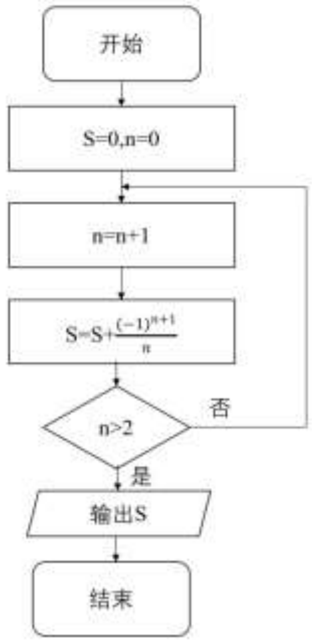
【答案】D

【解析】四人中只有 A 生产 I 型零件数大于 II 型零件数，用尺子测量估算后，可知四人生产 I 型零件总数之和大于 II 型零件总数之和.故选 D.

第二部分（非选择题　　共110分）

二、填空题：本大题共6小题,每小题5分,共30分.

9.执行如图所示的程序框图，输出的S值为______.



【答案】$\frac{5}{6}$

【解析】开始,第一轮：$n=1, S=0+\frac{(-1)^2}{1}=1$

第二轮：$n=2, S=1+\frac{(-1)^3}{2}=\frac{1}{2}$

第三轮：$n=3, S=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

输出结果：故$S=\frac{5}{6}$

10.设等比数列$\{a_n\}$的公比$q=2$，前n项和为S_n，则$\frac{S_4}{a_2}=$______.

【答案】$\frac{15}{2}$

【解析】$\because S_4=\frac{a_1(1-2^4)}{1-2}=15a_1$，$a_2=2a_1$　$\therefore \frac{S_4}{a_2}=\frac{15}{2}$.

11.在极坐标系中，点$A(1,\frac{\pi}{3}), B(2,\frac{2\pi}{3}), O$是极点，则$\triangle AOB$的面积等于______.

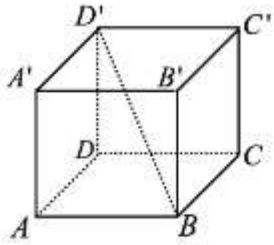
【答案】$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】在极坐标系下，点$A(1,\frac{\pi}{3})$，$B(2,\frac{2\pi}{3})$，O为极点，

则$|OA|=1$，$|OB|=2$，$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$，

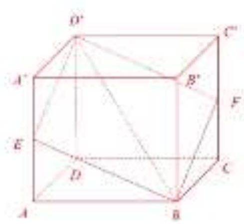
$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|OA|\cdot|OB|\sin\angle AOB=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

12.如图，已知正方体$ABCD-A'B'C'D'$的边长为 1，若过直线BD'的平面与该正方体的面相交，交线围成一个菱形，则该菱形的面积为______.



【答案】$\frac{\sqrt{6}}{2}$

【解析】如图，E，F分别为AA'，CC'中点时，四边形$D'EBF$为菱形.



$\because |BD'|=\sqrt{3},|EF|=\sqrt{2}$，$\therefore S=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

13.直线$x-y-1=0$被圆C所截的弦长为$\sqrt{2}$，则圆C的方程可以为______.(写出一个即可)

【答案】$x^2+y^2=1$(符合题意即可)

【解析】圆心$(0,0)$到直线$x-y-1=0$的距离$d=\frac{|0-0-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$r=1$,设弦长为l，则$l=2\sqrt{r^2-d^2}=\sqrt{2}$.

14. 某种物质在时刻 t (min) 的浓度 M (mg/L) 与 t 的函数关系为 $M(t)=ar^{t}+24$ (a，r 为常数)，在 $t=0$ min 和 $t=1$ min 测得该物质的浓度分别为 124mg/L 和 64mg/L，那么在 $t=4$ min 时，该物质的浓度为______mg/L；若该物质的浓度小于 24.001mg/L，则最小的整数 t 的值为______.(参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$)

【答案】26.56； 13

【解析】$t=0$ 时, $M=124$, 即 $a+24=124$, $a=100$,

$t=1$ 时, $M=64$, 即 $ar+24=64$, $ar=40$, $r=\frac{2}{5}$

即 $M(t)=100(\frac{2}{5})^{t}+24$,

将 $t=4$ 代入得 $M(4)=26.56$.

$100(\frac{2}{5})^{t}+24<24.001$， 即 $100(\frac{2}{5})^{t}<0.001$， 即 $(\frac{2}{5})^{t}<10^{-5}$

两边取以10为底的对数得：$t\lg(\frac{2}{5})<-5$,

$t(\lg 2-\lg 5)<-5$,

$t[\lg 2-(1-\lg 2)]<-5$

$t(2\lg 2-1)<-5$， $\therefore t>\frac{-5}{2\lg 2-1}$

$t>\frac{25}{2}$, 即 $t=13$.

三、解答题共 6 小题,共 80 分.解答应写出文字说明,验算步骤或证明.

15. (本题满分 13 分)

在 ΔABC 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$b=2$，$b\cos C=c\cos B$.

（Ⅰ）求 c 的值;

（Ⅱ）若 $a=3$,求 $\sin 2A$ 的值.

【解析】

（Ⅰ）在 $\triangle ABC$ 中，由 $b\cos C=c\cos B$ 及正弦定理，得

$\sin B\cos C-\cos B\sin C=0$，即 $\sin(B-C)=0$.

因为 $0<B<\pi$，$0<C<\pi$，所以 $-\pi<B-C<\pi$.

所以 $B=C$.所以 $b=c$.

因为 $b=2$，所以 $c=2$……………………………………7 分

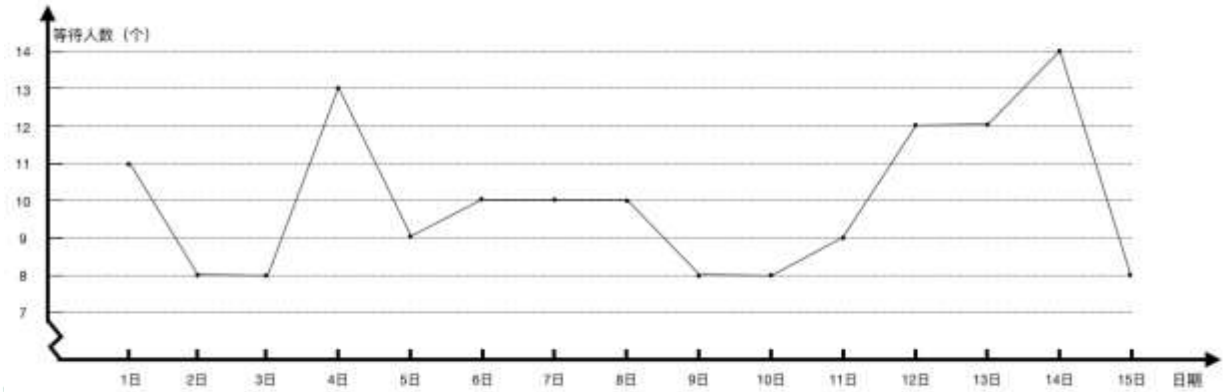
（Ⅱ）由 $b=c=2$，$a=3$，由余弦定理得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\dfrac{1}{8}$.

又因为 $0<A<\pi$，所以 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 x}=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$.

所以 $\sin 2A=2\sin A\cos A=2\times\dfrac{3\sqrt{7}}{8}\times(-\dfrac{1}{8})=-\dfrac{3\sqrt{7}}{32}$…………13 分

16.（本小题满分 13 分）

某银行的工作人员记录了3月1号到3月15日上午10:00在该银行取号后等待办理业务的人数，如图所示：



从这15天中，随机选取一天，随机变量 X 表示当天上午10:00在该银行取号后等待办理业务的人数.

（Ⅰ）请把 X 的分布列补充完整；

X	8	9	10	11	12	13	14
P	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{5}$				$\frac{1}{15}$

（Ⅱ）令 μ 为 X 的数学期望，若 $P(\mu-n\le X\le\mu+n)>0.5$，求正整数 n 的最小值；

（Ⅲ）由图判断，从哪天开始的连续五天上午10:00在该银行取号后等待办理业务人数的均值最大?(结论不要求证明)

【解析】

（Ⅰ） X 的分布列为：

X	8	9	10	11	12	13	14
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$

……………………………………4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得 X 的数学期望

$$E(X)=8\times\frac{1}{3}+9\times\frac{2}{15}+10\times\frac{1}{5}+11\times\frac{1}{15}+12\times\frac{2}{15}+13\times\frac{1}{15}+14\times\frac{1}{15}=10$$

所以 $\mu=10$.

因为 $P(10-1\le X\le 10+1)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}<0.5$，

$P(10-2\le X\le 10+2)=\frac{5+2+3+1+2}{15}=\frac{13}{15}>0.5$，

所以 $n=2$……………………………………10 分

（Ⅲ）第 10 日或第 11 日. ……………………………………13 分

17．（本小题满分 14 分）

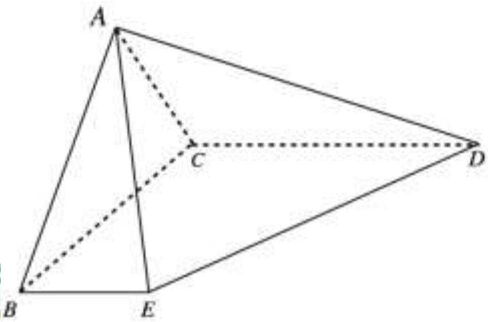
如图，在四棱锥 $A-BCDE$ 中，平面 $ABC\perp$ 平面 $BCDE$，

$AB=AC=CD=2BE=2$，$BE//CD$，$CD\perp CB$，$AB\perp AC$

（Ⅰ）求证：平面 $ACD\perp$ 平面 ABC；

（Ⅱ）若 O 为 BC 中点，P 为线段 CD 上一点，$OP//$ 平面 ADE，求 $\dfrac{CP}{CD}$ 的值；

（Ⅲ）求二面角 $A-DE-B$ 的大小.



【解析】（Ⅰ）证明：如图 1，因为平面 $ABC\perp$ 平面 $BCDE$

平面 $ABC\cap$ 平面 $BCDE=CB$

$CD\subset$ 平面 $BCDE$，$CD\perp CB$

所以 $CD\perp$ 平面 ABC

因为 $CD\subset$ 平面 ACD

所以平面 $ACD\perp$ 平面 ABC ……………………………………4 分

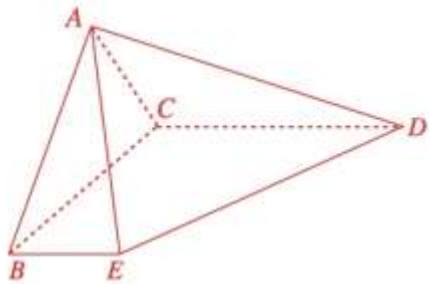


图1

（Ⅱ）解：如图 2，取 CD 中点 F，连接 EF，

因为 $OP//$ 平面 ADE，$OP\subset$ 平面 $BCDE$，

平面 $ADE\cap$ 平面 $BCDE=DE$，所以 $OP//DE$.

所以 $\angle CPO=\angle FDE$.

因为 $BE\underset{=}{//}CF$，所以 $EF//BC$.

所以 $\angle PCO=\angle DFE$.

所以 $\Delta COP\backsim\Delta FED$.所以 $\dfrac{CP}{FD}=\dfrac{CO}{FE}=\dfrac{1}{2}$.

因为点 F 为 CD 的中点，

所以 $\dfrac{CP}{CD}=\dfrac{1}{4}$…………………………………………………9 分

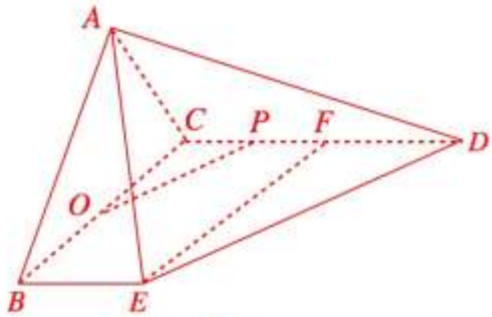


图2

（Ⅲ）解：连接OA，由（Ⅰ）知$CD\perp$平面ABC，

$OA\subset$平面ABC，$OB\subset$平面ABC，

所以$CD\perp OA$，$CD\perp OB$.

因为$AB=AC$，O为BC中点，所以$OA\perp OB$.

作$OM//CD$，所以$OM\perp OA$，$OM\perp OB$.

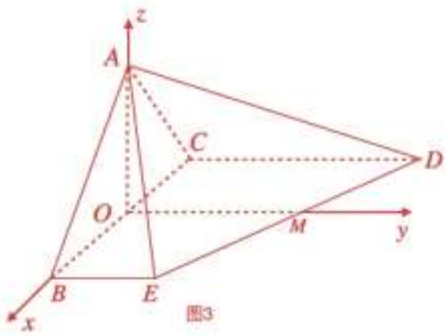


图3

如图 3，建立空间直角坐标系$O-xyz$.

因为$AB=AC=CD=2BE=2$.

所以$A(0,0,\sqrt{2})$，$D(-\sqrt{2},2,0)$，$E(\sqrt{2},1,0)$，

$\overrightarrow{AD}=(-\sqrt{2},2,-\sqrt{2})$，$\overrightarrow{AE}=(\sqrt{2},1,-\sqrt{2})$.

因为$OA\perp OB$，$OA\perp OM$，$OB\cap OM=O$，

所以$OA\perp$平面$BCDE$，所以平面$BCDE$的法向量$\boldsymbol{n}=(0,0,1)$.

设平面ADE的法向量$\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则有

$$\begin{cases}\overrightarrow{AD}\cdot\boldsymbol{m}=0\\ \overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{m}=0\end{cases}\text{即}\begin{cases}-\sqrt{2}x+2y-\sqrt{2}z=0\\ \sqrt{2}x+y-\sqrt{2}z=0\end{cases}$$

令$x=1$，则$y=2\sqrt{2}$，$z=3$，即$\boldsymbol{m}=(1,2\sqrt{2},3)$.

$$\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{3}{1\times3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

由题知二面角$A-DE-B$为锐角，所以二面角$A-DE-B$

的大小为$\frac{\pi}{4}$……………………………………14 分

18. （本小题满分 13 分）

已知抛物线$C: y^2=2px$经过点$P(2,2)$，A，B是抛物线C上异于点O的不同的两点，其中O为原点.

（Ⅰ）求抛物线C的方程，并求其焦点坐标和准线方程；

（Ⅱ）若$OA\perp OB$，求$\triangle AOB$面积的最小值.

【解析】（Ⅰ）由抛物线$C: y^2=2px$经过点$P(2,2)$知$4p=4$，解得$p=1$.

则抛物线C的方程为$y^2=2x$.

抛物线C的焦点坐标为$(\frac{1}{2},0)$，准线方程为$x=-\frac{1}{2}$……………………4 分

（Ⅱ）由题知，直线AB不与y轴垂直，设直线$AB: x=ty+a$，

由$\begin{cases} x=ty+a \\ y^2=2x \end{cases}$，消去$x$，得$y^2-2ty-2a=0$.

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$y_1+y_2=2t$，$y_1y_2=-2a$.

因为$OA\perp OB$，所以$x_1x_2+y_1y_2=0$，即$\frac{y_1^2y_2^2}{4}+y_1y_2=0$.

所以$y_1y_2=0$（舍）或$y_1y_2=-4$.

所以$-2a=-4$，即$a=2$.所以直线$AB: x=ty+2$.

所以直线AB过定点$(2,0)$.

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times2\times|y_1-y_2|=\sqrt{y_1^2+y_2^2-2y_1y_2}=\sqrt{y_1^2+y_2^2+8}\geq\sqrt{2|y_1y_2|+8}=4$.

当且仅当$y_1=2$，$y_2=-2$或$y_1=-2$，$y_2=2$时，等号成立.

所以$\triangle AOB$面积的最小值为4……………………………………13 分

19. （本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=x\sin x+\cos x+\frac{1}{2}ax^2$， $x\in[-\pi,\pi]$.

（Ⅰ）当$a=0$时，求 $f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）当$a>0$时，讨论 $f(x)$的零点个数.

【解析】（Ⅰ）当$a=0$时, $f(x)=x\sin x+\cos x$, $x\in[-\pi,\pi]$.

$f'(x)=\sin x+x\cos x-\sin x=x\cos x$.

当x在区间$[-\pi,\pi]$上变化时, $f'(x)$, $f(x)$的变化如下表

x	$-\pi$	$(-\pi,-\frac{\pi}{2})$	$-\frac{\pi}{2}$	$(-\frac{\pi}{2},0)$	0	$(0,\frac{\pi}{2})$	$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2},\pi)$	π
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	-1	↗	极大值$\frac{\pi}{2}$	↘	极小值1	↗	极大值$\frac{\pi}{2}$	↘	-1

所以 $f(x)$的单调增区间为$(-\pi,-\frac{\pi}{2})$, $(0,\frac{\pi}{2})$;

$f(x)$的单调减区间为$(-\frac{\pi}{2},0)$, $(\frac{\pi}{2},\pi)$ ……………………5 分

（Ⅱ）任取$x\in[-\pi,\pi]$,

$f(-x)=(-x)\sin(-x)+\cos(-x)+\frac{1}{2}a(-x)^2=x\sin x+\cos x+\frac{1}{2}ax^2=f(x)$,

所以 $f(x)$是偶函数.

$f'(x)=ax+x\cos x=x(a+\cos x)$.

当$a\geq1$时, $a+\cos x\geq0$在$[0,\pi)$恒成立,所以$x\in[0,\pi)$时, $f'(x)\geq0$.

所以 $f(x)$在$x\in[0,\pi]$上单调递增.

又因为 $f(0)=1$,所以 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上有 0 个零点.

又因为 $f(x)$ 是偶函数，所以 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上有 0 个零点.

当 $0<a<1$ 时,令 $f'(x)=0$,得 $\cos x=-a$.

由 $-1<-a<0$ 可知存在唯一 $x_0\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 使得 $\cos x_0=-a$.

所以当 $x\in[0,x_0)$ 时, $f'(x)\geq 0$, $f(x)$ 单调递增.

因为 $f(0)=1$, $f(x_0)>1$, $f(\pi)=\frac{1}{2}a\pi^2-1$.

①当 $\frac{1}{2}a\pi^2-1>0$,即 $\frac{2}{\pi^2}<a<1$ 时, $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上有 0 个零点.

由 $f(x)$ 是偶函数知 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上有 0 个零点.

②当 $\frac{1}{2}a\pi^2-1\leq 0$,即 $0<a\leq\frac{2}{\pi^2}$ 时, $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上有 1 个零点.

由 $f(x)$ 是偶函数知 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上有 2 个零点.

综上,当 $0<a\leq\frac{2}{\pi^2}$ 时, $f(x)$ 有两个零点;

当 $a>\frac{2}{\pi^2}$ 时, $f(x)$ 有 0 个零点……………………………………14 分

20.（本小题满分13分）

设a，λ均是正整数，数列$\{a_n\}$满足:$a_1=a$，$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2}, & a_n\text{是偶数},\\ a_n+\lambda, & a_n\text{是奇数}.\end{cases}$

（Ⅰ）若$a_3=5,\lambda=5$,写出a_1的值;

（Ⅱ）设$a=1$，λ为给定的正奇数，求证：若a_n为奇数，则$a_n\le\lambda$；若a_n为偶数，则$a_n\le2\lambda$；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，求证：存在正整数$n(n\ge2)$，使得$a_n=1$.

【解析】解：（Ⅰ）1或12……………………………………4分

（Ⅱ）①当$n=1$，2时，$a_1=1$为奇数，$a_1\le\lambda$成立，$a_2=1+\lambda$为偶数，$a_2\le2\lambda$成立.

②假设当$n=k$时，若a_k为奇数，则$a_k\le\lambda$，若a_k为偶数，则$a_k\le2\lambda$.

那么当$n=k+1$时，若a_k为奇数，则$a_{k+1}=a_k+\lambda$是偶数，$a_{k+1}\le2\lambda$；

若a_k为偶数，则$a_{k+1}=\dfrac{a_k}{2}\le\lambda$.

此时若a_{k+1}是奇数，则满足$a_{k+1}\le\lambda$，若a_{k+1}是偶数，则满足$a_{k+1}\le\lambda\le2\lambda$.

即$n=k+1$时结论也成立.

综上，若a_n为奇数，则$a_n\le\lambda$；若a_n为偶数，则$a_n\le2\lambda$…………9分

（Ⅲ）由（Ⅱ）知，$\{a_n\}$中总存在相等的两项，不妨设$a_r=a_s(r<s)$是相等两项中角标最小的两项，下证$r=1$，假设$r\ge2$，

①若$a_r=a_s\le\lambda$，由$a_{r-1}>0$，$a_{s-1}>0$知a_r和a_s均是由a_{r-1}和a_{s-1}除以2得到，即有$a_{r-1}=a_{s-1}$，与r的最小性矛盾；

②若 $a_r = a_s > \lambda$，由 $a_{r-1} \le 2\lambda$，$a_{s-1} \le 2\lambda$ 知 a_r 和 a_s 均是由 a_{r-1} 和 a_{s-1} 加上 λ 得到，即有 $a_{r-1} = a_{s-1}$,与 r 的最小性矛盾；

综上，$r = 1$，则 $a_s = a_1 = 1$.

即若 $a = 1$，λ 是正奇数，则存在正整数 $n(n \ge 2)$，使得 $a_n = 1$…….13 分