2018年北京市海淀区高三二模数学（文）考试逐题解析

第I卷　　（选择题　共40分）

一、选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1．已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合$A=\{1,2,4\}$,$B=\{1,3,5\}$,则

$(\complement_U A)\cap B=$

（A）$\{1\}$　（B）$\{3,5\}$　（C）$\{1,6\}$　（D）$\{1,3,5,6\}$

【答案】B

【考点】本题考查集合的运算.

【解析】$U=\{1,2,3,4,5,6\}$, $A=\{1,2,4\}$,

所以$\complement_U A=\{3,5,6\}$,

又因为$B=\{1,3,5\}$,

所以$(\complement_U A)\cap B=\{3,5\}$,

故选B

2．已知复数z在复平面上对应的点为$(1,-1)$,则

（A）$z=-1+\mathrm{i}$　　（B）$z=1+\mathrm{i}$

（C）$z+\mathrm{i}$是实数　　（D）$z+\mathrm{i}$是纯虚数

【答案】C

【考点】本题考查复数的概念与几何意义.

【解析】因为复数z对应的点坐标为$(1,-1)$，所以$z=1-\mathrm{i}$,

所以$z+\mathrm{i}=1$为实数．故选C.

3．若直线 $x+y+a=0$ 是圆 $x^2+y^2-2y=0$ 的一条对称轴，则 a 的值为

（A）1　　（B）-1　　（C）2　　（D）-2

【答案】B

【考点】本题考查直线与圆.

【解析】

由题意可得,直线过圆心.

由 $x^2+y^2-2y=0$,得圆的标准方程为 $x^2+(y-1)^2=1$，则圆心 $(0,1)$，将圆心坐标代入直线 $x+y+a=0$ 可得 $a=-1$.

故选 B.

4．已知 $x>y>0$，则

（A）$\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$　　（B）$(\frac{1}{2})^x>(\frac{1}{2})^y$

（C）$\cos x>\cos y$　　（D）$\ln(x+1)>\ln(y+1)$

【答案】D

【考点】本题考查函数单调性.

【解析】

$f(x)=\frac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,故 A 错;

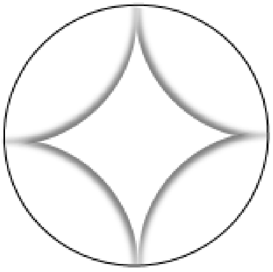
$f(x)=(\frac{1}{2})^x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,故 B 错;

$f(x)=\cos x$ 在 $(0,+\infty)$ 上不单调,故 C 错;

$f(x)=\ln(x+1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

故选 D.

5. 如图，半径为1的圆内有一阴影区域，在圆内随机撒入一大把豆子，共n颗，其中落在阴影区域内的豆子共m颗，则阴影区域的面积约为



（A）$\dfrac{m}{n}$　　（B）$\dfrac{n}{m}$

（C）$\dfrac{m\pi}{n}$　　（D）$\dfrac{n\pi}{m}$

【答案】C

【考点】本题考查几何概型.

【解析】

设阴影区域的面积为S_1,圆的面积为$S_2=\pi$,

因为$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{m}{n}$,

所以$S_1=\dfrac{m}{n}S_2=\dfrac{m\pi}{n}$,

故选 C.

6. 设曲线C是双曲线，则“C的方程为$x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$”是“C的渐近线方程为$y=\pm 2x$”的

（A）充分而不必要条件

（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件

（D）既不充分也不必要条件

【答案】A

【考点】本题考查双曲线的性质.

【解析】

由C的方程为$x^2-\frac{y^2}{4}=1$，可知曲线C为焦点在x轴上的双曲线,

则$a=1,b=2$,渐近线方程$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm 2x$.

即充分性成立;

若双曲线的方程为$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$,则该双曲线的渐近线方程也为$y=\pm 2x$,

即必要性不成立.

故选 A.

7. 某校为了解高一年级300名学生对历史、地理学科的选课情况，对学生进行编号，用$1,2,\cdots,300$表示，并用(x_i,y_i)表示第i名学生的选课情况，其中$x_i=\begin{cases}0,\text{第}i\text{名学生不选历史},\\1,\text{第}i\text{名学生选历史},\end{cases}$

$y_i=\begin{cases}0,\text{第}i\text{名学生不选地理},\\1,\text{第}i\text{名学生选地理},\end{cases}$

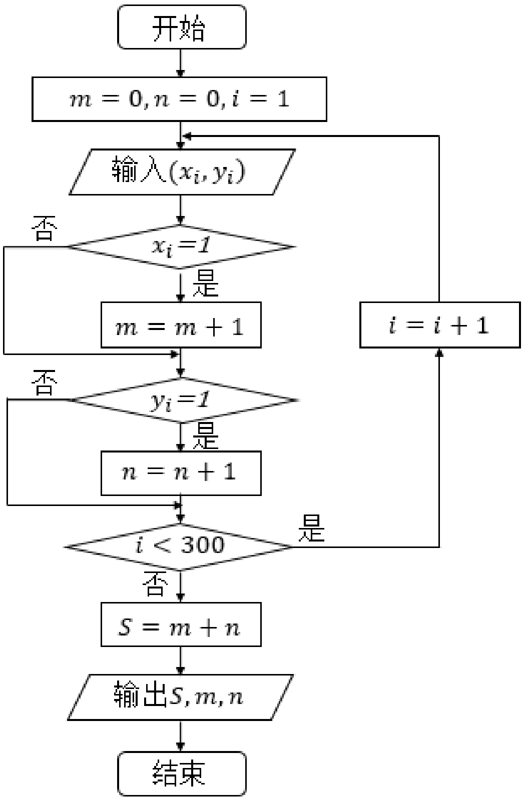
根据如图所示的程序框图，下列说法中错误的是

（A）m为选择历史的学生人数

（B）n为选择地理的学生人数

（C）S为至少选择历史，地理一门学科的学生人数

（D）S为选择历史的学生人数与选择地理的学生人数之和



【答案】C

【考点】本题考查算法初步与程序框图.

【解析】

由题意可知，m,n 分别是选择历史、地理的学生人数，$S=m+n$.所以 S 为选择地理和历史人数之和，C 项错误.

故选 C.

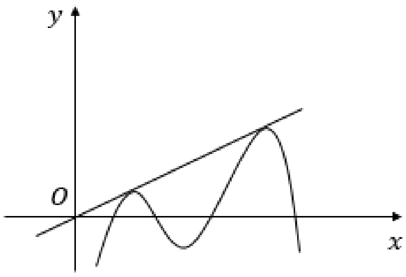
8. 如图,已知直线 $y=kx$ 与曲线 $y=f(x)$ 相切于两点,函数 $g(x)=kx+m(m>0)$,则函数 $F(x)=g(x)-f(x)$

（A）有极小值,没有极大值

（B）有极大值,没有极小值

（C）至少有两个极小值和一个极大值

（D）至少有一个极小值和两个极大值



【答案】C

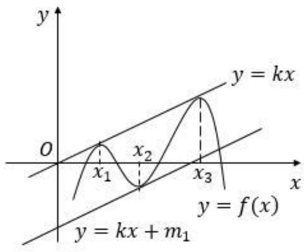
【考点】本题考查导数的综合运用.

【解析】

作 $y=kx$ 的平行线 $y=kx+m_1$ 与 $y=f(x)$ 相切

由图可得： $f'(x_1)=f'(x_2)=f'(x_3)=k$

即 $k-f'(x_1)=k-f'(x_2)=k-f'(x_3)=0$



又因为 $F(x)=g(x)-f(x)=kx+m_1-f(x)$

$F'(x)=g'(x)-f(x)=k-f'(x)$

所以 x_1,x_2,x_3 为 $F'(x)=0$ 的根

由图易得当 x 变化时， $F'(x)$，$F(x)$ 变化情况如下

x	$(-\infty,x_1)$	x_1	(x_1,x_2)	x_2	(x_2,x_3)	x_3	$(x_3,+\infty)$
$F'(x)$	$-$	0	+	0	$-$	0	+
$F(x)$	↘	极小值	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以可得至少有两个极小值和一个极大值.

故选 C.

第Ⅱ卷 （非选择题　共 110 分）

二、填空题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

9. 已知抛物线 C 的焦点为 $F(0,1)$, 则抛物线 C 的标准方程为______.

【答案】 $x^2=4y$

【答案】本题考查抛物线的标准方程.

【解析】

因为焦点 $F(0,1)$ 在 y 轴的正半轴上，所以抛物线的方程为 $x^2=4y$.

10. 已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，且满足 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$______,$|\vec{a}+2\vec{b}|=$______.

【答案】$1;2\sqrt{3}$.

【考点】本题考查平面向量的数量积及模的运算.

【解析】

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos<\vec{a},\vec{b}>=2\times1\times\dfrac{1}{2}=1$;

$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+2\vec{b})^2}=\sqrt{|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2}=\sqrt{4+4\times1+4\times1}=2\sqrt{3}$.

11.将函数 $f(x)=\sin(x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变，得到函数 $g(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，则 $\omega=$____,$\varphi=$____.

【答案】$\dfrac{1}{2};\dfrac{\pi}{3}$.

【考点】本题考查三角函数图象变换.

【解析】

变换之后的函数为 $g(x)=\sin(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3})$; 所以 $\omega=\dfrac{1}{2},\varphi=\dfrac{\pi}{3}$.

12.在 $\triangle ABC$ 中, $a:b:c=4:5:6$, 则 $\tan A=$______.

【答案】$\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

【考点】本题考查余弦定理及同角三角函数关系.

【解析】

因为$a:b:c=4:5:6$,所以设$a=4t,b=5t,c=6t,(t>0)$

则$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{25t^2+36t^2-16t^2}{2\times 5t\times 6t}=\dfrac{3}{4}$;

因为$0<A<\pi$,所以$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$,

$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

13. A,B两个居民小区的居委会欲组织本小区的中学生,利用双休日去市郊的敬老院参加献爱心活动. 两个小区每位同学往返车费及服务老人的人数如下表:

	A小区	B小区
往返车费	3元	5元
服务老人的人数	5人	3人

根据安排,去敬老院的往返总车费不能超过 37 元,且B小区参加献爱心活动的同学比A小区的同学至少多 1 人,则接受服务的老人最多有______人.

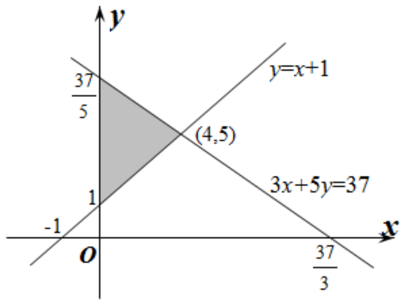
【答案】35

【考点】本题考查简单的线性规划.

【解析】

设服务 A 区，B 区的学生人数分别为 x 人, y 人.

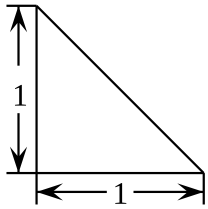
由题意得: $\begin{cases} x-y+1\le 0 \\ 3x+5y-37\le 0 \\ x\in \mathbf{N} \\ y\in \mathbf{N} \end{cases}$,



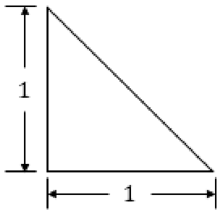
则需要求 $5x+3y$ 的最大值.

所以在 $(4,5)$ 处 $5x+3y$ 取得最大值为 35.

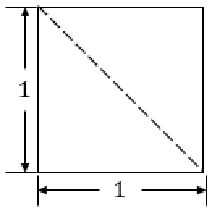
14. 某几何体的主视图和俯视图如右图所示,在下列图形中,可能是该几何体左视图的图形是______.（写出所有可能的序号）



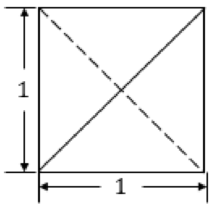
主视图



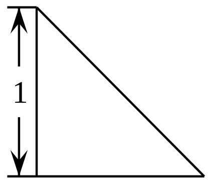
①



②



③



俯视图

【答案】①②③

【考点】本题考查三视图.

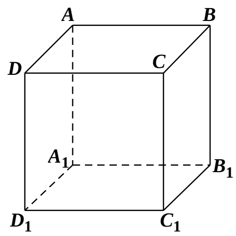
【解析】使用抠点法:

由主、俯视图可知，该几何体必不包括 B,C,B_1 点.

若该几何体为 $A-A_1D_1C_1$，则①成立;

若该几何体为 $C_1-ADD_1A_1$，则②成立;

若该几何体为 C_1-ADA_1，则③成立.



故填①②③.

三、解答题（共 6 小题,共 80 分,解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程）

15.（本小题满分 13 分）

已知等差数列$\{a_n\}$满足$2a_{n+1}-a_n=2n+3$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式.

（Ⅱ）若数列$\{a_n+b_n\}$是首项为1，公比为2的等比数列，求数列$\{b_n\}$的前n项和.

【解析】

（Ⅰ）方法 1：

因为数列$\{a_n\}$是等差数列，

所以$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$.

因为$2a_{n+1}-a_n=2n+3$，

所以$a_{n+2}=2n+3$.

所以，当$n\geq3$时，$a_n=2(n-2)+3=2n-1$.

所以$a_n=2n-1(n=1,2,3,\cdots)$.

方法 2：

设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

因为$2a_{n+1}-a_n=2n+3$，

所以$\begin{cases}2a_2-a_1=5\\2a_3-a_2=7.\end{cases}$

所以$\begin{cases} a_1+2d=5 \\ a_1+3d=7. \end{cases}$

所以$\begin{cases} a_1=1 \\ d=2. \end{cases}$

所以$a_n=a_1+(n-1)d=2n-1\,(n=1,2,3,\cdots)$

（II）因为数列$\{a_n+b_n\}$是首项为1，公比为2的等比数列，

所以$a_n+b_n=2^{n-1}$

因为$a_n=2n-1$，

所以$b_n=2^{n-1}-(2n-1)$.

设数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，

则$S_n=(1+2+4+\cdots+2^{n-1})-[1+3+5+\cdots+(2n-1)]$

$=\dfrac{1-2^n}{1-2}-\dfrac{n(1+2n-1)}{2}$

$=2^n-1-n^2$

所以数列$\{b_n\}$的前n项和为2^n-1-n^2.

16.（本小题 13 分）

已知函数$f(x)=2\cos x\sin(x-\dfrac{\pi}{3})+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（I）求曲线$y=f(x)$的相邻两条对称轴的距离;

（II）若函数$f(x)$在区间$[0,\alpha]$上单调递增，求α的最大值.

【解析】（I）$f(x)=2\cos x(\dfrac{1}{2}\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x)+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$=\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos^2 x+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x-\sqrt{3}\times\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$$

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

所以曲线 $y=f(x)$ 的相邻两条对称轴的距离为 $\frac{T}{2}$，即 $\frac{\pi}{2}$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

当 $x\in[0,\alpha]$ 时，$2x-\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{3},2\alpha-\frac{\pi}{3}]$.

因为 $y=\sin x$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增，且 $f(x)$ 在 $[0,\alpha]$ 上单调递增，

所以 $[-\frac{\pi}{3},2\alpha-\frac{\pi}{3}]\subseteq[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，

即 $\begin{cases}\alpha>0\\ 2\alpha-\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}\end{cases}$

解得 $0<\alpha\le\frac{5}{12}\pi$.

故 α 的最大值为 $\frac{5}{12}\pi$.

17.（本小题满分 14 分）

如图1，已知菱形 $AECD$ 的对角线 AC,DE 交于点 F，点 E 为 AB 的中点，将三角形 ADE 沿线段 DE 折起到 PDE 的位置，如图2所示.

（Ⅰ）求证：$DE\perp$ 平面 PCF；

（Ⅱ）求证：平面 $PBC\perp$ 平面 PCF；

（Ⅲ）在线段 PD,BC 上是否分别存在点 M,N，使得平面 CFM // 平面 PEN？若存在，请指出点 M,N 的位置，并证明；若不存在，请说明理由.

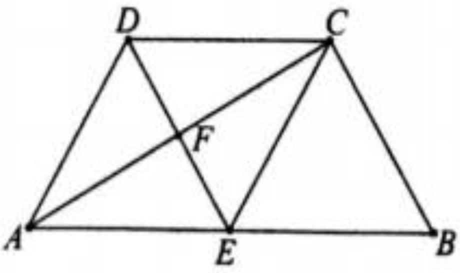


图 1

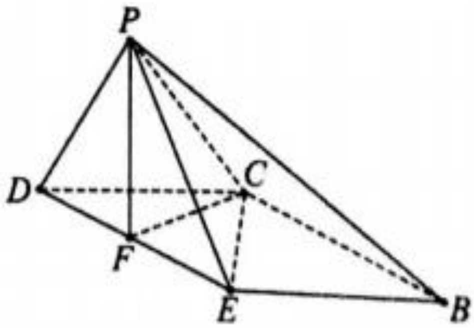


图 2

【解析】

（I）证明：折叠前，因为四边形 $AECD$ 为菱形,所以 $AC\perp DE$；

所以折叠后 $DE\perp PF,DE\perp CF$,

又 $PF\cap CF=F$ $PF,CF\subset$ 平面 PFC

所以 $DE\perp$ 平面 PCF.

（II）因为四边形 $AECD$ 为菱形,

所以 $DC//AE,DC=AE$.

又点 E 为 AB 的中点，

所以 $DC//EB,DC=EB$.

所以四边形 $DEBC$ 为平行四边形.

所以 $CB//DE$.

又由（Ⅰ）得，$DE\perp$ 平面 PCF，

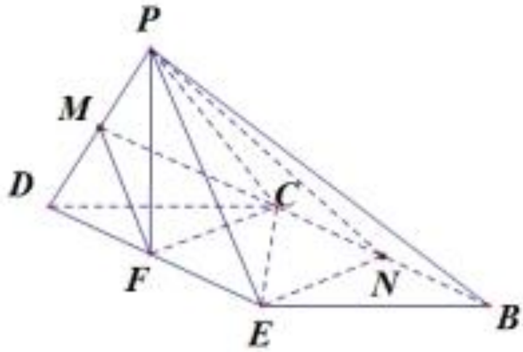
所以 $CB \perp$ 平面 PCF.

因为 $CB \subset$ 平面 PBC, 所以平面 $PBC \perp$ 平面 PCF

（III）存在满足条件的点 M, N，且 M, N 分别是 PD 和 BC 的中点.

如图，分别取 PD 和 BC 的中点 M, N.

连接 EN, PN, MF, CM.



因为四边形 $DEBC$ 为平行四边形，

所以 $EF // CN, EF = \frac{1}{2}BC = CN$.

所以四边形 $ENCF$ 为平行四边形.

所以 $FC // EN$.

在 PDE 中， M, F 分别为 PD, DE 中点，

所以 $MF // PE$.

又 $EN, PE \subset$ 平面 $PEN, PE \cap EN = E$，$MF, CF \subset$ 平面 CFM，

所以平面 $CFM //$ 平面 PEN.

18.（本小题满分 13 分）

某中学为了解高二年级中华传统文化经典阅读的整体情况,从高二年级随机抽取 10 名学生进行了两轮测试,并把两轮测试成绩的平均分作为该名学生的考核成绩,记录的数据如下:

	1号	2号	3号	4号	5号	6号	7号	8号	9号	10号
第一轮测试成绩	96	89	88	88	92	90	87	90	92	90
第二轮测试成绩	90	90	90	88	88	87	96	92	89	92

（Ⅰ）从该校高二年级随机选取一名学生,试估计这名学生考核成绩大于等于 90 分的概率;

（Ⅱ）从考核成绩大于等于 90 分的学生中再随机抽取两名同学,求这两名同学两轮测试成绩均大于等于 90 分的概率;

（III）记抽取的 10 名学生第一轮测试成绩的平均数和方差分别为 $\overline{x}_1, s_1^2$,考核成绩的平均数和方差分别为 $\overline{x}_2, s_2^2$,试比较 $\overline{x}_1$ 与 $\overline{x}_2$ ，s_1^2 与 s_2^2 的大小.（只需写出结论）

【解析】

解：（Ⅰ）这 10 名学生的考核成绩（单位：分）分别为：

93，89.5，89，88，90，88.5，91.5，91，90.5，91.

其中大于等于 90 分的有 1 号、5 号、7 号、8 号、9 号、10 号，共 6 人.

所以样本中学生考核成绩大于等于 90 分的频率是 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

从该校高二年级随机选取一名学生，估计这名学生考核成绩大于等于 90 分的概率为 0.6.

（Ⅱ）设事件 A 为“从考核成绩大于等于 90 分的学生中任取 2 名同学，这 2 名同学两轮测试成绩均大于等于 90 分”，

由（Ⅰ）知，考核成绩大于等于 90 分的学生共 6 人，其中两轮测试成绩均大于等于 90 分的学生有 1 号，8 号，10 号，共 3 人.

因此，从考核成绩大于等于 90 分的学生中任取 2 名同学，

包含（1 号，5 号）、（1 号，7 号）、（1 号，8 号）、（1 号，9 号）、（1 号、10 号）、

（5 号，7 号）、（5 号，8 号）、（5 号，9 号）、（5 号，10 号）、（7 号，8 号）、（7 号，9 号）、（7 号，10 号）、（8 号，9 号）、（8 号，10 号）、（9 号，10 号）共 15 个基本事件，

而事件 A 包含（1 号，8 号）、（1 号、10 号）、（8 号，10 号）共 3 个

基本事件，

所以 $P(A)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$.

（III） $\overline{x_1}=\overline{x_2}$

$s_1^2>s_2^2$

19.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=(x+\frac{a}{x})e^x, a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的零点;

（Ⅱ）当 $a\geq -5$ 时,求证: $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上为增函数.

【解析】

（Ⅰ） $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,

令 $f(x)=0$, 得 $x^2+a=0, x^2=-a$.

当 $a\geq 0$ 时,方程无解, $f(x)$ 没有零点;

当 $a<0$ 时,得 $x=\pm\sqrt{-a}$.

综上,当 $a\geq 0$ 时 $f(x)$ 无零点;当 $a<0$ 时, $f(x)$ 零点为 $\pm\sqrt{-a}$.

（Ⅱ） $f'(x)=(1-\frac{a}{x^2})e^x+(x+\frac{a}{x})e^x$

$$=\frac{(x^3+x^2+ax-a)e^x}{x^2}.$$

令 $g(x)=x^3+x^2+ax-a\ (x>1)$,

则 $g'(x)=3x^2+2x+a$,

其对称轴为$x=-\dfrac{1}{3}$,

所以$g'(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增.

所以$g'(x)>3\times1^2+2\times1+a=5+a$.

当$a\geq-5$时,$g'(x)>0$恒成立,

所以$g(x)$在$(1,+\infty)$上为增函数.

20.（本小题满分 14 分）

已知椭圆$C:x^2+2y^2=2$的左右顶点分别为A_1,A_2.

（Ⅰ）求椭圆C的长轴长与离心率；

（Ⅱ）若不垂直于x轴的直线l与椭圆C相交于P,Q两点，直线A_1P与A_2Q交于点M,直线A_1Q与A_2P交于点N.

求证：直线MN垂直于x轴.

【解析】

解：（Ⅰ）椭圆C的方程可化为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，

所以$a=\sqrt{2},b=1,c=1$.

所以长轴长为$2a=2\sqrt{2}$，离心率$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅱ）方法 1：

证明：显然直线A_1P、A_2Q、A_1Q、A_2P都存在斜率，且互不相等，分别设为k_1,k_2,k_3,k_4.

设直线 A_1P 的方程为 $y=k_1(x+\sqrt{2})$， A_2Q 的方程为 $y=k_2(x-\sqrt{2})$，

联立可得 $x_M=\dfrac{\sqrt{2}(k_2+k_1)}{k_2-k_1}$.

同理可得 $x_N=\dfrac{\sqrt{2}(k_4+k_3)}{k_4-k_3}$.

下面去证明 $k_1k_4=-\dfrac{1}{2}$.

设 $P(x_0,y_0)$ ， 则 $x_0^{\ 2}+2y_0^{\ 2}=2$.

所以 $k_1k_4=\dfrac{y_0}{x_0+\sqrt{2}}\cdot\dfrac{y_0}{x_0-\sqrt{2}}=\dfrac{y_0^{\ 2}}{x_0^{\ 2}-2}=\dfrac{y_0^{\ 2}}{-2y_0^{\ 2}}=-\dfrac{1}{2}$.

同理 $k_2k_3=-\dfrac{1}{2}$.

所以 $x_N=\dfrac{\sqrt{2}\left(\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_1}+\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_2}\right)}{\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_1}-\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_2}}=\dfrac{\sqrt{2}(k_2+k_1)}{k_2-k_1}=x_M$.

所以直线 MN 垂直于 x 轴.

方法 2:

设直线 l 方程为 $y=kx+m,P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases}y=kx+m\\x^2+2y^2=2\end{cases}$ 得 $(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$.

当 $\Delta>0$ 时， $x_1+x_2=\dfrac{-4km}{1+2k^2},x_1x_2=\dfrac{2m^2-2}{1+2k^2}$.

直线 A_1P 方程为 $y=\dfrac{y_1}{x_1+\sqrt{2}}(x+\sqrt{2})$， 直线 A_2Q 方程为 $y=\dfrac{y_2}{x_2-\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})$，

联立可得 $\frac{y_1}{x_1+\sqrt{2}}(x+\sqrt{2})=\frac{y_2}{x_2-\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})$，

得 $(\frac{y_2}{x_2-\sqrt{2}}-\frac{y_1}{x_1+\sqrt{2}})x=\sqrt{2}(\frac{y_1}{x_1+\sqrt{2}}+\frac{y_2}{x_2-\sqrt{2}})$

$[y_2(x_1+\sqrt{2})-y_1(x_2-\sqrt{2})]x=\sqrt{2}[y_1(x_2-\sqrt{2})+y_2(x_1+\sqrt{2})]$

其中， $y_2(x_1+\sqrt{2})-y_1(x_2-\sqrt{2})=(kx_2+m)(x_1+\sqrt{2})-(kx_1+m)(x_2-\sqrt{2})$

$$=\sqrt{2}k(x_1+x_2)+m(x_1-x_2)+2\sqrt{2}m$$

$$=\sqrt{2}k\frac{-4km}{1+2k^2}+m(x_1-x_2)+2\sqrt{2}m$$

$$=\frac{2\sqrt{2}m}{1+2k^2}+m(x_1-x_2)$$

$$=m(\frac{2\sqrt{2}}{1+2k^2}+x_1-x_2)$$

$y_1(x_2-\sqrt{2})+y_2(x_1+\sqrt{2})=(kx_1+m)(x_2-\sqrt{2})+(kx_2+m)(x_1+\sqrt{2})$

$$=2kx_1x_2+m(x_1+x_2)+\sqrt{2}k(x_2-x_1)$$

$$=2k\frac{2m^2-2}{1+2k^2}+m\frac{-4km}{1+2k^2}+\sqrt{2}k(x_2-x_1)$$

$$=\frac{-4k}{1+2k^2}+\sqrt{2}k(x_2-x_1)$$

$$=-\sqrt{2}k(\frac{2\sqrt{2}}{1+2k^2}+x_1-x_2)$$

所以 $x_M=\frac{-2k}{m}$，即点 M 的横坐标与 P,Q 两点的坐标无关，只与直线 l 的方程有关.

所以 $x_N=\frac{-2k}{m}=x_M$， 直线 MN 垂直于 x 轴.